

УДК 621.873.01

## МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ РУХУ ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ МАШИН І МЕХАНІЗМІВ У ПРОЦЕСІ ПУСКУ/ГАЛЬМУВАННЯ ЗА КРИТЕРІЄМ МІНІМУМУ ПИТОМОЇ ЕНЕРГІЇ. I

Юрій Човнюк<sup>1</sup>, Михайло Діктерук<sup>2</sup>, Ольга Остапущенко<sup>2</sup><sup>1</sup> Національний університет біоресурсів і природокористування України, вул. Героїв Оборони, 12в, Київ, Україна, e-mail: ychovnyuk@ukr.net<sup>2</sup> Київський національний університет будівництва і архітектури, Повітрофлотський просп., 31, Київ, Україна, e-mail: ychovnyuk@ukr.net

## MODELING AND OPTIMIZATION OF MOTION REGIMES FOR HOISTING MACHINES AND MECHANISMS DURING THE PROCESSES OF START-UP AND BRAKING WITH THE HELP OF MINIMUM SPECIFIC ENERGY CRITERION. I

Yuriy Chovnyuk<sup>1</sup>, Mykhaylo Dykteruk<sup>2</sup>, Olga Ostapuschenko<sup>2</sup><sup>1</sup> National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Heroiv Oborony st., 12v, Kyiv, Ukraine, e-mail: ychovnyuk@ukr.net<sup>2</sup> Kyiv National University of Construction and Architecture, Povitroflotskyi Prospect, 31, Kyiv, Ukraine, e-mail: ychovnyuk@ukr.net

**АНОТАЦІЯ.** Проведено всебічний аналіз режимів руху механізмів підйому вантажу мостовими кранами у перехідних процесах пуску, гальмування, реверсування у межах двомасової моделі системи «вантажний візок-канат-вантаж». Визначені закони руху вказаної системи та коефіцієнти динамічності. Для оптимальних режимів руху використаний критерій, який мінімізує значення питомої (загальної) енергії. Розглянуті умови, за яких у системі можливі вимушені коливання, резонанси, режими «биття» та визначені основні кінематичні характеристики. Задля проведення аналізу руху механічної системи використаний метод аналізу вимушених коливань Л.Д. Ландау – А.М. Косевича.

**Ключові слова:** моделювання, оптимізація, режиму руху, вантажопідйомні машини, механізми, перехідні процеси, критерій, мінімум, питома енергія.

**АННОТАЦИЯ.** Проведен всесторонний анализ режимов движения механизмов подъема груза мостовыми кранами в переходных процессах пуска, торможения, реверсирования в пределах двухмассовой модели системы «грузовая тележка-канат-груз». Определены законы движения указанной системы и коэффициенты динамичности. Для оптимальных режимов движения использован критерий, который минимизирует значение удельной (общей) энергии. Рассмотрены условия, при которых в системе возможны вынужденные колебания, резонансы, режимы «биений» и определены их основные кинематические характеристики. Для проведения анализа движения механической системы использован анализа вынужденных колебаний Л.Д. Ландау - А.М. Косевича.

**Ключевые слова:** моделирование, оптимизация, режимы движения, грузоподъемные машины, механизмы, переходные процессы, критерий, минимум, удельная энергия.

**ABSTRACT. Purpose.** A comprehensive analysis of modes of motion of the lifting mechanisms (bridge) cranes in the transient processes (such as starting, braking, reversing) is proposed. **Methodology/approach.** The mentioned above analysis is made with a help of two-mass model for the system "cargo-truck-load-ropes." **Research limitations/implications.** The method of L.D. Landau-A.M. Kosevich is used for the determination of motion laws for this system and its dynamic coefficients. The criterion which minimizes the value of the share (total) energy is used. **Originality/value.** The conditions under which the system may have the forced oscillations, resonance modes and "beating" regime of motion are determined. The basic kinematics characteristics of motion are determined as well.

**Key words:** modeling, optimization, regimes of motion, hoisting machines, mechanisms, transient processes, criterion, minimum, share energy.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

При роботі вантажопідйомних, зокрема, мостових кранів спостерігаються маятникові коливання вантажу, які викликають

нерівномірний рух кранів або їх вантажних візків, додаткові навантаження на силові елементи кранів, створюють незручності при їх експлуатації, що необхідно враховувати при уточнених розрахунках як самих

кранів, так і мехатронних систем керування ними.

Існуючі методи аналізу вимушених (у тому числі маятникових) коливань вантажу на канатах за класичною схемою математичного аналізу та найпростішою схемою двомасової системи для різних законів у часі  $t$  вимушеної сили  $F(t)$  вимагають, на думку авторів дослідження, подальшого уточнення та вдосконалення з метою оптимізації (мінімізації енергосилових та кінематичних характеристик руху) як самих систем керування кранів при їх пуску/гальмуванні, так і пошуку нових економічно обґрунтованих методів керування (у тому числі за допомогою сучасних мехатронних систем керування).

## АНАЛІЗ ПУБЛІКАЦІЙ

Розрахунок вимушених коливань вантажу на канаті (маятникових коливань мостового крана) зазвичай проводять за найпростішою схемою двомасової системи [1-5], вважаючи при цьому, що кут відхилення канатів від вертикалі не перевищує  $10^\circ \dots 12^\circ$  (малі коливання). При цьому вважають також, що період маятникових коливань вантажу на гнучких канатах більше одного порядку з періодом розгону/гальмування крана, а рушійне зусилля привідного двигуна механізму пересування постійне й дорівнює середньому пусковому (гальмівному) значенню [5]. Дисипативні процеси (поглинання енергії) не враховуються, хоча вони неминуче існують. Крім того, не досліджені впливи на рух системи змінних у часі  $F(t)$  – вимушених сил.

Для обґрунтування методу розрахунку вимушених сил коливань кранових систем у перехідних режимах їх функціонування (пуску/гальмування) застосований відомий режим [6].

Результати робіт [5-9] частково використані у даному дослідженні.

## МЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ

Мета роботи полягає у обґрунтуванні методу розрахунку енергетичних та кінематичних параметрів вимушених/вільних коливань вантажу на канаті мостового крана у системі «вантажний візок-канат-вантаж» у періоди їх пуску/гальмування, а також оптимізації режимів руху таких систем, за якої їх питома енергія приймає мінімальне значення саме у перехідних процесах. При цьому визначені основні закони руху системи, що враховують особливості зміни у часі  $t$  силового фактора  $F(t)$  й коефіцієнта динамічності  $k_d(t)$ , котрі дозволяють створити економічно (й енергетично) виправдану систему керування мостовим краном у періоди його пуску/гальмування.

## ВИКЛАД ЗМІСТУ ДОСЛІДЖЕННЯ

### 1. Кінематичний аналіз руху системи «вантажний візок-канат-вантаж» мостового крана

Відомо [5], що рівняння руху системи «вантажний візок-канат-вантаж» мостового крана може бути подане у вигляді

$$\ddot{x} + \Omega^2 x = f(t), \quad (1)$$

де  $x$  – горизонтальне переміщення вантажу відносно рухомої точки підвісу;  $\Omega$  – частота вільних маятникових коливань вантажу відносно крана у період розгону

$$\Omega = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)g}{m_1 H}}, \quad (2)$$

де  $H$  – довжина канату;  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  – прискорення вільного падіння;

$$F(t) = \frac{P - W}{m_1}; \quad P - \text{сумарне тягове зусилля}$$

привідних коліс візка;  $W$  – сила опору переміщенню візка;  $P = P(t)$ ;  $m_1$  – маса вантажного візка;  $m_2$  – маса вантажу;  $t$  – час.

### 1.1. Метод аналізу вимушених коливань кранової системи Л.Д. Ландау – А.М. Косевича

Рівняння (1) може бути проінтегроване у загальному вигляді за довільної питомої (на

одиницю маси  $m_1$ ) вимушеної сили  $f(t)$  [6]. Для цього слід ввести нову комплексну змінну  $\xi = \dot{x} + i\Omega t$ ,  $\dot{x} \equiv \frac{dx}{dt}$ ,  $i^2 = -1$  замість  $x$  у (1), зводячи його до вигляду

$$\frac{d\xi}{dt} - i\Omega\xi = f(t). \quad (3)$$

Розв'язок (3) має такий вигляд:

$$\xi(t) = \exp\{i\Omega t\} \cdot \left\{ \int_0^t f(t) \exp(-i\Omega t) dt + \xi_0 \right\}, \quad (4)$$

де постійна інтегрування  $\xi_0$  обрана таким чином, щоб представляти собою значення  $\xi$  у момент  $t = 0$ . Це і є шуканий загальний розв'язок, а функція  $x(t)$  подається наступним виразом:

$$x(t) = \frac{\text{Im}(\xi)}{i\Omega}, \quad (5)$$

а функція  $\dot{x}(t)$  –

$$\dot{x}(t) = \text{Re}(\xi). \quad (6)$$

Загальна питома енергія розглядуваної системи виражається наступним чином:

$$e(t) = \frac{\dot{x}^2}{2} + \frac{\Omega^2 x^2}{2}. \quad (7)$$

1.2. Оптимізація режиму руху системи за критерієм мінімізації протягом періоду розгону системи ( $t \in [0; t_n]$ , де  $t_n$  – тривалість розгону системи до руху з усталеною швидкістю).

Розглянемо умови й визначимо закон руху системи «вантажний візок-канат-вантаж», за яких виконується наступний критерій руху:

$$\frac{1}{t_n} \int_0^{t_n} e(t) dt \Rightarrow \min. \quad (8)$$

Використовуючи (1), можна визначити рівняння Ейлера-Пуассона, що визначає закон руху розглядуваної системи за умови реалізації критерію (8):

$$x^{(IV)} - \Omega^2 \ddot{x} = \ddot{f}(t), \quad \ddot{x} = \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad x^{(IV)} = \frac{d^4 x}{dt^4}. \quad (9)$$

Будемо у подальшому розглядати систему при  $\ddot{f}(t) \equiv 0$ . Фактично це означає, що

$f(t)$  є лише лінійною функцією часу  $t$ . Тоді замість (9) маємо

$$x^{(IV)} - \Omega^2 \ddot{x} = 0. \quad (10)$$

Розв'язок (10) отримуємо у вигляді

$$x(t) = C_1 + C_2 t + C_3 \exp\{\Omega t\} + C_4 \exp\{-\Omega t\}, \quad (11)$$

де константи  $C_j = \overline{(1,4)}$  знаходимо з наступних умов:

$$\begin{aligned} x|_{t=0} &= 0; \quad \dot{x}|_{t=0} = 0; \\ x|_{t=t_n} &= x_0; \quad \dot{x}|_{t=t_n} = V_{\text{уст}} = V_0, \end{aligned} \quad (12)$$

де  $x_0$ ,  $V_0$  – переміщення й швидкість руху системи після закінчення періоду перехідного процесу (розгону) відповідно,  $t = t_n$ .

Після нескладних перетворень та обчислень з (12) для (11) матимемо

$$\begin{aligned} C_3 &= \frac{V_0}{\Omega} (e^{-A} - 1 + A) - x_0 (1 - e^{-A}); \\ C_3 &= x_0 \frac{(e^A - 1) - \frac{V_0}{\Omega} (1 - e^A - 1 - A)}{4 + e^{-A}(-2 + A) + e^{-A}(-2 - A)}; \end{aligned} \quad (13)$$

$$C_2 = \Omega(C_4 - C_3); \quad C_1 = -(C_3 + C_4),$$

де  $A = \Omega t_n$ .

Розглянемо два характерних випадки руху системи

Випадок А.  $\Omega t_n \gg 1, \Omega \gg \Omega_n, \Omega_n = \frac{1}{t_n}$ .

$\Omega_n$  – характеристична частота перехідного процесу. У цьому випадку  $C_3 \approx 0$ ;

$$C_4 \approx \frac{1}{\Omega t_n} \left( x_0 - \frac{V_0}{\Omega} \right); \quad C_1 \approx -C_4; \quad C_2 \approx \Omega C_4.$$

Тоді для закону руху досліджуваної системи маємо

$$x(t) = \frac{1}{A} \left( x_0 - \frac{V_0}{\Omega} \right) \cdot \{-1 + e^{-A} + A\}, \quad (14)$$

де  $A = \Omega t_n$ .

Закон руху (14) є оптимальним для випадку А у сенсі реалізації критерію (8).

Випадок Б.  $\Omega t_n \gg 1, \Omega \gg \Omega_n$ . У цьому випадку  $C_1 \approx 0; \quad C_2 \approx \frac{x_0}{t_n}; \quad C_3 \approx -\frac{x_0}{2\Omega t_n};$

$C_4 \approx \frac{x_0}{2\Omega t_n}$ . Тоді для закону руху системи маємо

$$x(t) = \frac{x_0}{t_n} t - \frac{x_0}{\Omega t_n} \text{sh}(\Omega t). \quad (15)$$

Закон руху (15) є оптимальним для випадку Б у сенсі реалізації критерію (8).

На рис. 1 і рис. 2 зображені залежності  $x(t)$  (14) й  $x(t)$  (15) відповідно.

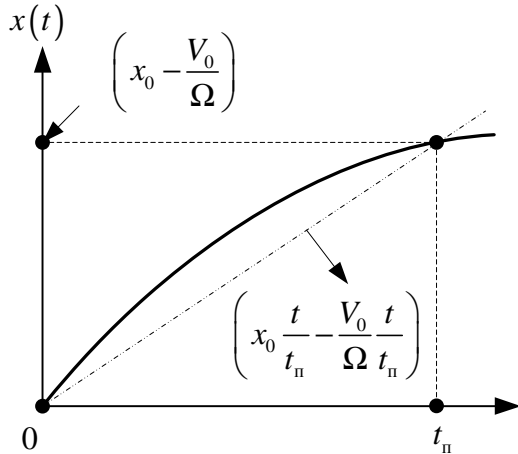


Рис. 1. Залежність  $x(t)$  (14)

Fig. 1. Reserves  $x(t)$  (14)

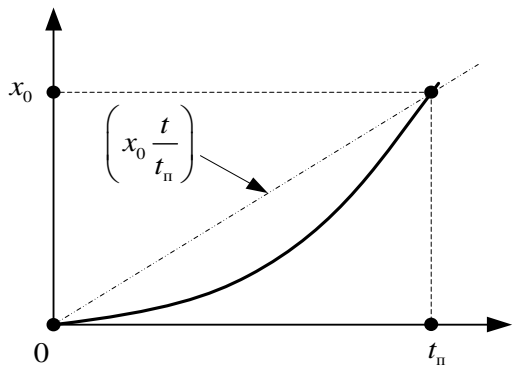


Рис. 2. Залежність  $x(t)$  (15)

Fig. 2. Reserves  $x(t)$  (15)

### 1.3. Оптимізація режиму руху системи за критерію (8) (альтернативний варіант).

При визначенні закону оптимального руху у пункті 1.2 ми використали заміну  $x(t) \rightarrow \tilde{f}(\ddot{x}(t))$  і таким чином отримали рівняння Ейлера-Пуассона (необхідну умову реалізації критерію (8)) четвертого порядку. Якщо цього не робити, то вказане рівняння набуває вигляду

$$x_{\tau\tau} - x = 0, \tau = \Omega t,$$

$$x_{\tau} = \frac{dx(\tau)}{d\tau}, x_{\tau\tau} = \frac{d^2x(\tau)}{d\tau^2}. \quad (16)$$

Разом з вихідним рівнянням, що описує рух самої системи (залежність (1)), а саме

$$x_{\tau\tau} + x = \frac{f(\tau)}{\Omega^2}, \quad (17)$$

рівняння (16) та (17) утворюють систему рівнянь, які реалізують критерій (8) у межах розглядуваної моделі руху системи (1) або (17). Тому маємо

$$\begin{cases} x_{\tau\tau} + x = \frac{f(\tau)}{\Omega^2}; \\ x_{\tau\tau} + x = \frac{f(\tau)}{\Omega^2}. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{\tau\tau} = \frac{f(\tau)}{2\Omega^2}; \\ x = \frac{f(\tau)}{2\Omega^2}. \end{cases} \quad (18)$$

### 1.4. Коефіцієнт динамічності досліджуваної системи.

Подаючи вихідне рівняння руху системи у вигляді (17), маємо

$$x(\tau)_{\text{дин}} = \frac{f(\tau)}{\Omega^2} - x_{\tau\tau}. \quad (19)$$

Тоді статичне значення  $x(\tau) = x(\tau)_{st}$  (при  $x_{\tau\tau} \equiv 0$ ), можна визначити наступним чином

$$x(\tau)_{st} = \frac{f(\tau)}{\Omega^2}. \quad (20)$$

Для коефіцієнта динамічності системи  $k_{\text{дин}}(\tau)$  при русі системи за критерієм (8), маємо

$$k_{\text{дин}}(\tau) \equiv k_{\text{дин}}(t) = 1 - \frac{f(\tau)}{\frac{2\Omega^2}{f(\tau)}} = \frac{1}{2}. \quad (21)$$

## ВИСНОВКИ

1. Обґрунтована модель та метод визначення оптимальних режимів пуску вантажопідійомних механізмів мостових кранів, визначені закони руху та коефіцієнт динамічності при реалізації критерію якості руху системи, що мінімізує у період розгону питому енергію систе-

ми для різних співвідношень власної частоти коливань системи  $\Omega$  й  $\Omega_{\pi} = \frac{1}{t_{\pi}}$ .

2. Результати, отримані у дослідженні, можуть бути у подальшому використані для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку режимів пуску вантажопідйомних кранів, зокрема, мостового типу як на стадіях проектування, так і у режимах реальної експлуатації.

## ЛІТЕРАТУРА

1. *Артоболевский И.И.* Динамика машинных агрегатов на предельных режимах движения / И.И. Артоболевский, В.С. Лощинин. М.: Наука, 1977. 325с.
2. *Грузоподъемные машины* / М.П. Александров, Л.Н. Колобов, Н.А. Лобов и др. - М.: Машиностроение, 1986. – 400с.
3. *Грузоподъемные краны* / Под ред. М.П. Александрова. – М.: Машиностроение, Кн.1. – 1981. 216 с.; Кн.2. – 1981. 287с.;
4. *Казак С.А.* Динамика мостовых кранов / С.А. Казак. М.: Машиностроение, 1968. 472с.
5. *Лобов Н.А.* Динамика грузоподъемных кранов / Н.А. Лобов. – М.: Машиностроение, – 1987. – 160с.
6. *Ландау Л.Д.* Теоретическая физика. Т.1. Механика / Л.Д. Ландау, Е.И. Лифшиц. – М.: Наука, – 1965. – 204с.
7. *Ловейкін В.* Синтез оптимального керування рухом вантажопідйомними кранами / В. Ловейкін, Ю. Ромасевич // Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. – 2014. - №83. – С. 26-33.
8. *Ловейкін В.С.* Визначення оптимальних режимів руху маніпулятора за процес пуску (гальмування) під час роботи за однією з узагальнених координат / В.С. Ловейкін, Д.О. Міщук // Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. – №73, 2009. – С. 35-42.
9. *Міщук Д.* Дослідження динамічної моделі гідравлічного циліндра об'ємного гідроприводу / Д. Міщук // Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. – №87, 2016. – С. 74-81.
10. *Міщук Д.* Підвищення ефективності маніпулятора за рахунок оптимального керування / Д. Міщук // Гірничі, будівельні, до-

рожні та меліоративні машини. – №85, 2015. – С. 43-50.

## REFERENCES

1. *Artobolevskij I.I., 1977.* Dinamika mashinnyh agregatov na predel'nyh rezhimah dvizhenija. [Dynamics of machine units in the limiting modes of motion]. Moscow, Nauka Publ., 325. – (in Russian).
2. *Aleksandrov M.P., Kolobov L.N., Lobov N.A., 1986.* Gruzopodemnye mashiny [Hoisting machines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 400. – (in Russian).
3. *Aleksandrov M.P., 1981.* Gruzopodemnye kраны. [Hoisting cranes]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 216. – (in Russian).
4. *Kazak S.A., 1968.* Dinamika mostovyh kранov. [Dynamics of overhead cranes]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 472. – (in Russian).
5. *Lobov N.A., 1987.* Dinamika gruzopodemnyh kранov. [Dynamics of cranes]. Moscow. Mashinostroenie Publ., 160. – (in Russian).
6. *Landau L.D., 1965.* Teoreticheskaja fizika. T.1. Mehanika. [Theoretical physics, Vol.1, Mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 204. – (in Russian).
7. *Loveykin V. Romasevych Yu., 2014.* Synthesis of optimal control movement of cranes. Girnichi, budivelni, dorozhni ta meliorativni mashini [Mining, construction, road and agricultural machines], No.83, 26-33. – (in Ukrainian).
8. *Loveykin V.S., Mishchuk D.O., 2009.* [Determining the optimal modes of motion of the manipulator for process start (inhibition) while working for one of the generalized coordinates]. Girnichi, budivelni, dorozhni ta meliorativni mashini [Mining, construction, road and reclamation machines], No. 73, 35-42. – (in Ukrainian).
9. *Mishchuk D., 2016.* [Hydraulic cylinder of the volumetric hydraulic drive research of the dynamic model]. Girnichi, budivelni, dorozhni ta meliorativni mashini [Mining, construction, road and reclamation machines], No. 87, 74-81. – (in Ukrainian).
10. *Mishchuk D., 2015.* [Increasing efficiency manipulator by optimal control]. Girnichi, budivelni, dorozhni ta meliorativni mashini [Mining, construction, road and reclamation machines], No. 85, 43-50. – (in Ukrainian).