

УДК 624.87

КОНЦЕПТУАЛЬНІ ОСНОВИ ДИНАМІЧНОГО АНАЛІЗУ МЕХАНІЗМУ ПОВОРОТУ КРАНІВ З ВАНТАЖЕМ НА ГНУЧКОМУ ПІДВІСІ

Вячеслав Ловейкін¹, Юрій Човнюк¹, Михайло Діктерук², Іван Кадикало¹

¹ Національний університет біоресурсів і природокористування України, вул. Героїв Оборони, 12 в, Київ, Україна, e-mail: ychovnyuk@ukr.net

² Київський національний університет будівництва і архітектури, 03680, Повітрофлотський просп., 31, Київ, Україна, e-mail: Dicteruk@ukr.net

CONCEPTUAL BASES OF DYNAMIC ANALYSIS OF THE MECHANISM OF CHANGERS OF THE CRANES WITH CARGO ON THE BLACKSHIP

Vyacheslav Loveykin¹, Yuriy Chovnyuk¹, Mikhailo Dikteruk², Ivan Kadykalo¹

¹ National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Heroyiv Oborony st., 12в, Kyiv, Ukraine, e-mail: ychovnyuk@ukr.net

² Kyiv National University of Construction and Architecture, 03680, Povitroflotskyu Prospect, 31, Kyiv, Ukraine, e-mail: Dicteruk@ukr.net

АНОТАЦІЯ. Обґрунтована концепція динамічного аналізу механізмів повороту кранів з вантажем на гнучкому підвісі (канаті). Отримані основні рівняння руху вантажу у неінерціальній системі відліку, пов'язаній з механізмом повороту крана. Встановлені основні кінематичні характеристики руху вантажу та енергосилові параметри механізму, що приводять до рівномірного та нерівномірного обертання.

Ключові слова: концепція, динаміка, аналіз, механізм повороту, вантажопідйомний кран, канат, неінерціальна система відліку.

АННОТАЦИЯ. Обоснована концепция динамического анализа механизмов поворота кранов с грузом на упругом подвесе (канате). Получены основные уравнения движения груза в неинерциальной системе отсчёта, связанной с механизмом поворота крана. Установлены основные кинематические характеристики движения груза и энергосиловые параметры механизма, которые приводят к равномерному и неравномерному вращению.

Ключевые слова: концепция, динамика, анализ, механизм поворота, грузоподъёмный кран, канат, неинерциальная система отсчёта.

ABSTRACT. Purpose. The concept of a dynamic analysis of the mechanisms of turning cranes with a load on an elastic suspension (rope) is substantiated. **Originality/value.** The basic equations of cargo movement in the non-inertial reference system connected with the crane turning mechanism are obtained. The basic kinematics characteristics of the cargo movement and the energy-force parameters of the mechanism are established which lead to uniform and non-uniform rotation.

Key words: dynamics, analysis, swing mechanism, lifting crane, rope, noninertial reference frame.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Відомо, що функція Лагранжа у довільній неінерціальній системі відліку крім різниці кінетичної та потенціальної енергій тіла доповнюється ще й трьома членами, один з яких має особливий вигляд, а саме є лінійною функцією швидкості руху тіла. Тому у рівняння руху у неінерціальній системі відліку крім традиційних членів (які входять до рівняння Ньютона) слід додати силу, викликану поступальним прискореним рухом цієї системи й трьох «сил інер-

ції»: а) сили, зв'язаної з нерівномірністю обертання (за наявності у неінерціальній системі перехідних процесів); б) сили Копі-оліса, яка залежить від швидкості руху тіла; в) відцентрової сили.

Подібний підхід, на думку авторів дослідження, слід використати для всебічного динамічного аналізу режимів функціонування механізмів повороту кранів з вантажем на гнучкому підвісі, які працюють у перехідних режимах (пуску, гальмування, реверсування тощо).

АНАЛІЗ ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ДОСЛІДЖЕННЯ

У роботах [1-5] закладені математичні основи аналізу руху механічних систем як у інерціальних, так й неінерціальних системах відліку. Проте, детального аналізу руху механізму повороту крана з вантажем на гнучкому підвісі (канаті), зокрема у перехідних режимах його роботи, до цього часу не зроблено [6 – 8]. Саме цій проблемі й присвячена дана робота. Слід зазначити, що результати робіт [1, 2] будуть частково використані у дослідженні.

МЕТА РОБОТИ

Мета роботи полягає у обґрунтуванні методичного підходу для проведення динамічного аналізу механізмів повороту кранів з вантажем на гнучкому підвісі (канаті), заснованого на результатах робіт [1, 2], які присвячені побудові рівнянь руху механічних систем різноманітних типів саме у неінерціальних системах відліку.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО ЗМІСТУ ДОСЛІДЖЕННЯ

Нехай система координат K , пов'язана з поворотним механізмом вантажопідіймного крана, здійснює обертання (поворот) відносно нерухомої системи координат k . Будемо позначати через $\vec{Q}(t) \in K$ радіус-вектор рухомої точки у рухомій системі координат, а через $\vec{q}(t) \in k$ – у нерухомій. Вектор кутової швидкості обертання у рухомій системі координат K позначимо через $\vec{\Omega}$.

Припустимо, що у системі координат k рух точки $\vec{q}(t)$ описується рівняння Ньютона:

$$m \cdot \ddot{\vec{q}} = \vec{f}(\vec{q}, \dot{\vec{q}}), \quad (1)$$

де m – маса точки.

Тоді у системі координат, що обертається K , рух $\vec{Q}(t)$ описується рівнянням

$$m\ddot{\vec{Q}} = \vec{F} - m[\dot{\vec{\Omega}} \times \vec{Q}] - 2m[\vec{\Omega} \times \dot{\vec{Q}}] - m[\vec{\Omega} \times [\vec{\Omega} \times \vec{Q}]]. \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{Якщо } \vec{q}(t) = B_t \cdot \vec{Q}(t), \text{ то } B_t \cdot \vec{F}(\vec{Q}, \dot{\vec{Q}}) = \\ = \vec{f}(B_t \cdot \vec{Q}, B_t \cdot \dot{\vec{Q}}). \end{aligned}$$

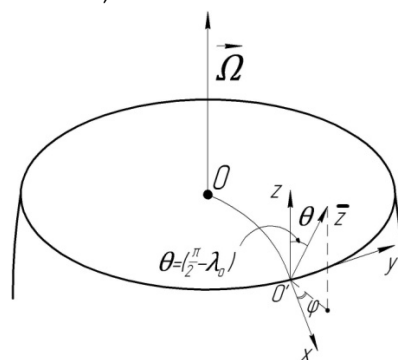


Рисунок. Система координат для дослідження руху механізму повороту крана з вантажем на канаті (у найбільш загальному випадку): \vec{z} – миттєва вісь обертання

Figure. Coordinate system for studying the movement of the mechanism of rotation of the crane with the load on the rope (in the most general case): \vec{z} – instantaneous axis of rotation

1. Обґрунтуємо математичну модель коливань вантажу на канаті при обертанні крана у перехідному режимі його роботи (у процесі пуску). При цьому вважатимемо, що механізм повороту здійснює нерівномірне обертання ($\dot{\vec{\Omega}} \neq 0$) й враховуємо відцентрову силу. Виходячи з рівняння (2) у системі координат, яка супроводжує кран, що обертається, матимемо

$$\begin{aligned} \ddot{\vec{Q}} &= \frac{\vec{F}}{m} - [\dot{\vec{\Omega}} \times \vec{Q}] - 2[\vec{\Omega} \times \dot{\vec{Q}}] - [\vec{\Omega} \times [\vec{\Omega} \times \vec{Q}]] = \\ &= \frac{\vec{F}}{m} + [\vec{Q} \times \dot{\vec{\Omega}}] + 2[\dot{\vec{Q}} \times \vec{\Omega}] + [[\vec{\Omega} \times \vec{Q}] \times \vec{\Omega}], \end{aligned} \quad (3)$$

де $m = \frac{m_1 \cdot m_2}{(m_1 + m_2)}$ – зведена маса; m_1 – маса кранового візка; m_2 – маса вантажу;

$$\frac{\vec{F}}{m} = \vec{a} = \{a_x; a_y; a_z\}; \quad a_x = -\omega^2 \cdot x;$$

$$a_y = -\omega^2 \cdot y; \quad a_z = -\omega^2 \cdot z; \quad \omega^2 = \frac{(m_1 + m_2)}{m_1} \cdot \frac{g}{l};$$

$$\vec{\Omega} = \{\Omega_x; \Omega_y; \Omega_z\}; \quad \Omega_x = |\vec{\Omega}| \cdot \cos \lambda_0 \cdot \cos \varphi;$$

$$\Omega_y = |\vec{\Omega}| \cdot \cos \lambda_0 \cdot \sin \varphi; \quad \Omega_z = |\vec{\Omega}| \cdot \sin \lambda_0;$$

$$\dot{\vec{\Omega}} = \{\dot{\Omega}_x; \dot{\Omega}_y; \dot{\Omega}_z\}; \quad \vec{Q} = \{x; y; z\}; \quad \dot{\vec{Q}} = \{\dot{x}; \dot{y}; \dot{z}\};$$

g – прискорення вільного падіння; l – довжина канату, на якому підвішений вантаж.

Кути λ_o й φ вказані на рисунку.

Спочатку надаємо векторні добутки, які стоять у правій частині (3) у розгорнутому вигляді:

$$\left[\vec{Q} \times \dot{\vec{\Omega}} \right] = \begin{bmatrix} \vec{l}_x & \vec{l}_y & \vec{l}_z \\ x & y & z \\ \dot{\Omega}_x & \dot{\Omega}_y & \dot{\Omega}_z \end{bmatrix} = \vec{l}_x (y\dot{\Omega}_z - z\dot{\Omega}_y) - \vec{l}_y (x\dot{\Omega}_z - z\dot{\Omega}_x) + \vec{l}_z (x\dot{\Omega}_y - y\dot{\Omega}_x) \quad (4)$$

$$\left[\dot{\vec{Q}} \times \vec{\Omega} \right] = \begin{bmatrix} \vec{l}_x & \vec{l}_y & \vec{l}_z \\ \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} \\ \Omega_x & \Omega_y & \Omega_z \end{bmatrix} = \vec{l}_x (y\dot{\Omega}_z - \dot{z}\Omega_y) - \vec{l}_y (x\dot{\Omega}_z - \dot{z}\Omega_x) + \vec{l}_z (x\dot{\Omega}_y - \dot{y}\Omega_x) \quad (5)$$

$$\left[\vec{\Omega} \times \vec{Q} \right] = \begin{bmatrix} \vec{l}_x & \vec{l}_y & \vec{l}_z \\ \Omega_x & \Omega_y & \Omega_z \\ x & y & z \end{bmatrix} = \vec{l}_x (\Omega_y z - \Omega_z y) - \vec{l}_y (\Omega_x z - \Omega_z x) + \vec{l}_z (\Omega_x y - \Omega_y x) \quad (6)$$

$$\left[\left[\vec{\Omega} \times \vec{Q} \right] \times \vec{\Omega} \right] = A\vec{l}_x + B\vec{l}_y + C\vec{l}_z, \quad (7)$$

де $A = (\Omega_z (\Omega_z x - \Omega_x z) - \Omega_y (\Omega_x y - \Omega_y x))$;

$B = -(\Omega_z (\Omega_y z - \Omega_z y) - \Omega_x (\Omega_x y - \Omega_y x))$;

$C = (\Omega_y (\Omega_y z - \Omega_z y) - \Omega_x (\Omega_x z - \Omega_x x))$.

Отже, у загальному вигляді система рівнянь, що описує рух вантажу на канаті при обертанні крана у період його пуску (закон $\vec{\Omega}(t)$ заданий, а, значить, закон $\dot{\vec{\Omega}}(t)$ – відомий), має наступний розгорнутий вигляд:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\omega^2 x + (y\dot{\Omega}_z - z\dot{\Omega}_y) + 2\{y\dot{\Omega}_z - \dot{z}\Omega_y\} + \\ + \{(\Omega_z^2 + \Omega_y^2)x - \Omega_x \Omega_z z - \Omega_x \Omega_y y\}; \\ \ddot{y} = -\omega^2 y + (z\dot{\Omega}_x - x\dot{\Omega}_z) + 2\{z\dot{\Omega}_x - \dot{x}\Omega_z\} + \\ + \{(\Omega_x^2 + \Omega_z^2)y - \Omega_y \Omega_z z - \Omega_x \Omega_y x\}; \\ \ddot{z} = -\omega^2 z + (x\dot{\Omega}_y - y\dot{\Omega}_x) + 2\{x\dot{\Omega}_y - \dot{y}\Omega_x\} + \\ + \{(\Omega_y^2 + \Omega_x^2)z - \Omega_y \Omega_z y - \Omega_x \Omega_z x\}. \end{cases} \quad (8)$$

У наближенні малих коливань $\dot{z} \ll (\dot{x}; \dot{y})$; $\dot{\Omega}_z \rightarrow 0$, тому нехтуємо нерів-

номірністю обертання вповодж осі O_z , система (8) суттєво спрощується і приймає наступний вигляд:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\omega^2 x + (-z\dot{\Omega}_y) + 2y\dot{\Omega}_z + \\ + \{(\Omega_z^2 + \Omega_y^2)x - \Omega_x \Omega_z z - \Omega_x \Omega_y y\}; \\ \ddot{y} = -\omega^2 y + (z\dot{\Omega}_x) + 2(-x\dot{\Omega}_z) + \\ + \{(\Omega_x^2 + \Omega_z^2)y - \Omega_y \Omega_z z - \Omega_x \Omega_y x\}; \\ \ddot{z} = -\omega^2 z + (x\dot{\Omega}_y - y\dot{\Omega}_x) + 2\{x\dot{\Omega}_y - \dot{y}\Omega_x\} + \\ + \{(\Omega_y^2 + \Omega_x^2)z - \Omega_y \Omega_z y - \Omega_x \Omega_z x\}. \end{cases} \quad (9)$$

При заданих законах $\vec{\Omega}(t)$, $\dot{\vec{\Omega}}(t)$ системи (8) або (9) треба розв'язувати чисельно за допомогою ПЕОМ.

При рівномірному обертанні $\dot{\vec{\Omega}} = 0$ система (8) може бути розв'язана аналітично. Запишемо систему рівнянь для цього випадку. При цьому вважаємо, що $(\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z)$ є незалежними від часу t константами.

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\omega^2 x + 2\{y\Omega_z - \dot{z}\Omega_y\} + \\ + \{(\Omega_z^2 + \Omega_y^2)x - \Omega_x \Omega_z z - \Omega_x \Omega_y y\}; \\ \ddot{y} = -\omega^2 y + 2\{z\Omega_x - \dot{x}\Omega_z\} + \\ + \{(\Omega_x^2 + \Omega_z^2)y - \Omega_y \Omega_z z - \Omega_x \Omega_y x\}; \\ \ddot{z} = -\omega^2 z + 2\{x\dot{\Omega}_y - \dot{y}\Omega_x\} + \\ + \{(\Omega_y^2 + \Omega_x^2)z - \Omega_y \Omega_z y - \Omega_x \Omega_z x\}. \end{cases} \quad (10)$$

Характеристичне рівняння, яке визначає власні корені (власні частоти коливань системи), визначається з наступного рівняння:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = 0, \quad (11)$$

де $a_{11} = [\lambda^2 + \omega^2 - (\Omega_z^2 + \Omega_y^2)]$;

$a_{11} = [\lambda^2 + \omega^2 - (\Omega_z^2 + \Omega_y^2)]$;

$a_{12} = [-2\lambda\Omega_z + \Omega_x \Omega_y]$; $a_{13} = [2\lambda\Omega_y + \Omega_x \Omega_z]$;

$a_{21} = [\lambda\Omega_z + \Omega_x \Omega_y]$;

$a_{22} = [\lambda^2 + \omega^2 - (\Omega_x^2 + \Omega_z^2)]$;

$a_{23} = [-2\lambda\Omega_x + \Omega_y \Omega_z]$;

$a_{31} = [-2\lambda\Omega_y + \Omega_x \Omega_z]$; $a_{32} = [2\lambda\Omega_x + \Omega_y \Omega_z]$;

$$a_{33} = \left[\lambda^2 + \omega^2 - (\Omega_y^2 + \Omega_x^2) \right].$$

Аналіз коренів (11) у зв'язку з симетрією рівняння (11) показує, що їх шість й вони попарно комплексно спряжені, тобто

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_1, \lambda_1^*, \lambda_2, \lambda_2^*, \lambda_3, \lambda_3^*, \\ \text{де: } \lambda_1^* = \text{Re } \lambda_1 - iI_m \lambda_1; \\ \lambda_1 = \text{Re } \lambda_1 + iI_m \lambda_1; \lambda_2^* = \text{Re } \lambda_2 - iI_m \lambda_2; \\ \lambda_2 = \text{Re } \lambda_2 + iI_m \lambda_2; \\ \lambda_3^* = \text{Re } \lambda_3 - iI_m \lambda_3; \lambda_3 = \text{Re } \lambda_3 + iI_m \lambda_3. \end{array} \right. \quad (12)$$

Для кожної пари (λ_1, λ_1^*) , (λ_2, λ_2^*) , (λ_3, λ_3^*) розшукуємо розв'язки системи (10) у вигляді ($j = \overline{1,3}$):

$$\left\{ \begin{array}{l} x(t) = A_1^{(j)} e^{\lambda_j t} + A_2^{(j)} e^{\lambda_j^* t}; \\ y(t) = B_1^{(j)} e^{\lambda_j t} + B_2^{(j)} e^{\lambda_j^* t}; \\ z(t) = C_1^{(j)} e^{\lambda_j t} + C_2^{(j)} e^{\lambda_j^* t}. \end{array} \right. \quad (13)$$

При цьому використовуємо наступні початкові умови (при $t=0$) для визначення констант $A_1^{(j)}$, $A_2^{(j)}$, $B_1^{(j)}$, $B_2^{(j)}$, $C_1^{(j)}$, $C_2^{(j)}$:

$$\left. \begin{array}{l} x|_{t=0} = x_o; \quad \dot{x}|_{t=0} = \dot{x}_o; \quad y|_{t=0} = y_o; \\ \dot{y}|_{t=0} = \dot{y}_o; \quad z|_{t=0} = z_o; \quad \dot{z}|_{t=0} = \dot{z}_o. \end{array} \right\} \quad (14)$$

2. Розглянемо малі коливання квазіматематичного маятника із врахуванням сили Кориоліса та відцентрової сили.

Вихідні диференціальні рівняння у цьому випадку мають наступний вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = -\omega^2 x + 2\dot{y}\Omega_z - |\bar{\Omega}|^2 l \cos \lambda_o \cos \varphi; \\ \ddot{y} = -\omega^2 y - 2\dot{x}\Omega_z - |\bar{\Omega}|^2 l \cos \lambda_o \sin \varphi, \end{array} \right. \quad (15)$$

де l – довжина підвісу маятника.

Оскільки $|\Omega_z| = |\bar{\Omega}| \sin \lambda_o$, то (15) можна подати наступним чином:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = -\omega^2 x + 2\dot{y}|\bar{\Omega}| \sin \lambda_o - |\bar{\Omega}|^2 l \cos \lambda_o \cos \varphi; \\ \ddot{y} = -\omega^2 y - 2\dot{x}|\bar{\Omega}| \sin \lambda_o - |\bar{\Omega}|^2 l \cos \lambda_o \sin \varphi. \end{array} \right. \quad (16)$$

Розглянемо випадок, коли $\varphi = \text{const}$.

Тоді $W = x + iy$:

$$W(t) = \exp\{-i\Omega_z t\} \cdot \left\{ \bar{C}_1 \exp(i\Omega t) + \bar{C}_2 \cdot \exp(-i\Omega t) \right\} + \left(-\frac{|\bar{\Omega}|^2 l}{\omega^2} \cos \lambda_o e^{i\varphi} \right), \quad (17)$$

$$\Omega = \sqrt{\Omega_z^2 + \omega^2},$$

де константи \bar{C}_1 та \bar{C}_2 можна знайти зі співвідношень:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{C}_1 + \bar{C}_2 = W(t)|_{t=0} + \frac{|\bar{\Omega}|^2 l}{\omega^2} \cos \lambda_o e^{i\varphi} = \\ = x(t)|_{t=0} + iy(t)|_{t=0} + \frac{|\bar{\Omega}|^2 l}{\omega^2} \cos \lambda_o e^{i\varphi}; \\ \bar{C}_1 (i\Omega - i\Omega_z) + \bar{C}_2 (-i\Omega - i\Omega_z) = \\ = \dot{W}(t)|_{t=0} = \dot{x}(t)|_{t=0} + i\dot{y}(t)|_{t=0}. \end{array} \right. \quad (18)$$

ВИСНОВКИ

1. Отримані рівняння руху вантажу на канаті у неінерціальній системі відліку, яка пов'язана з механізмом повороту вантажопідйомного крана. Використовуючи принцип найменшої дії для вказаної системи відліку, а також враховуючи всі «сили інерції», які діють на вантаж, вдалось побудувати адекватну фізико-математичну модель поворотної системи вантажопідйомного крана з вантажем, що закріплений на канаті, і визначити аналітичним шляхом степінь впливу на рух вантажу всіх діючих сил (як при нерівномірному, так і при рівномірному обертанні механізму повороту).
2. Отримані у дослідженні результати можуть бути у подальшому використані для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку механізмів повороту кранів з вантажем на гнучкому підвісі (канаті) як на стадіях їх проектування/конструювання, так і у режимах реальної експлуатації.

ЛІТЕРАТУРА

1. Арнольд В.И. Математические методы классической механики / В.И. Арнольд. – М.: Наука, 1979 – 432 с.

2. *Халфман Р.* Динамика / Р. Халфман – М.: Наука. 1972. – 568 с.
3. *Morse P.M.* Methods of Theoretical Physics / P.M. Morse, H. Feshbach. – Части 1 и 2. – N.Y.: McGraw-Hill, 1953. – 800 p.
4. *Голдстейн Г.* Классическая механика / Г. Голдстейн. – М.: Физматгиз, 1957. – 350 с.
5. *Вебстер А.Г.* Механика материальных точек, твёрдых, упругих и жидких тел / А.Г. Вебстер. – М.: ГТТИ, 1933. – 420 с.
6. *Ловејкін В.С.* Аналіз коливань вантажу на гнучкому підвісі при повороті стріли вантажопідйомного крана / В.С. Ловејкін, Ю.В. Човнюк, В.В. Мельниченко // Підйомно – транспортна техніка. – №4(40). – 2013. – С.4-16.
7. *Ловејкін В.С.* Моделювання динаміки механізмів вантажопідйомних машин. Моногр. / В.С. Ловејкін, Ю.В. Човнюк, М.Г. Діктерук, С.І. Пастушенко.: Київ. нац. ун-т буд-ва і архіт., Миколаїв. держ. аграр. ун-т. – К.; Миколаїв: Вид-во РВВ МДАУ, 2004. – 288 с.
8. *Ловејкін В.С.* Мінімізація динамічних навантажень в пружних елементах вантажопідйомних машин/ В.С. Ловејкін // Гірничі, будівельні, дорожні і меліоративні машини – К., 1998 – Вип. 52. – С. 63-68.
2. *Khalfman, R.* 1972. Dinamika [Dynamics]. Nauka Publ., 568.
3. *Morse P.M., Feshbach H.* 1953. Methods of Theoretical Physics. Chasti 1 i 2, N.Y., McGraw-Hill Publ., 800.
4. *Goldstein G.* 1957. Klassicheskaia mekhanika [Classical mechanics]. Fizmatgiz Publ., 350.
5. *Vebster, A. G.* 1933. Mekhanika materialnykh tochek tverdykh uprugikh i zhidkikh tel [Mechanics of material points, solid, elastic and liquid bodies]. GTTI Publ., 420.
6. *Lovejkin V.S., Chovnyuk Yu.V., Mel'nichenko V.V.* 2013. Analiz kolivan' vantazhu na gnuchkomu pidvisi pri povoroti strili vantazhopidjornogo kрана [Analysis of the fluctuations of cargo on a flexible suspension when turning the boom of a load-lifting crane]. Hoisting and transport equipment, 4(40), 4-16.
7. *Lovejkin V. S., Chovnyuk YU. V., Dikteruk M. G., Pastushenko S.I.* 2004. Modelyuvannya dinamiki mekhanizmiv vantazho-pidjornih mashin. [Modeling of dynamics of mechanisms of load-lifting machines]. Mykolaiv, 288.
8. *Lovejkin V.S.* 1998. Minimizaciya dinami-chnih navantazhen' v pruzhnikh elementah vantazhopidjornih mashin [Minimization of dynamic loads in elastic elements of load-lifting machines]. Mining, construction, road and land reclamation machines, No.52, 63-68.

REFERENCES

1. *Arnold, V.I.* 1979. Matematicheskie metody klassicheskoi mekhaniki [Mathematical methods of classical mechanics]. Nauka Publ., 432.