

УДК 621.873.01

Моделювання та оптимізація режимів руху вантажопідйомних машин і механізмів у процесі пуску/гальмування за критерієм мінімуму питомої енергії. II

Юрій Човнюк¹, Михайло Діктерук², Світлана Комоцька³

¹Національний університет біоресурсів і природокористування України
вул. Героїв Оборони, 12в, Київ, Україна, 03041

¹uchovnyuk@ukr.net, orcid.org/0000-0002-0608-0203

^{2,3}Київський національний університет будівництва і архітектури

Повітрофлотський просп., 31, Київ, Україна, 03680

²dicteruk@ukr.net, orcid.org/0000-0003-1889-0876

³svetlanakama@gmail.com, orcid.org/0000-0001-8418-5302

Отримано 21.02.2018; прийнято 27.03.2018

DOI: 10.26884/gbdmm1891.0202

Анотація. Обґрунтована модель та реалізована динамічна оптимізація режимів руху вантажопідйомних машин і механізмів у процесі їх гальмування за критерієм мінімуму питомої енергії. Використання стандартної методики й схеми розрахунку маятникових коливань вантажу на канатах мостового крана за моделлю двомасової системи дозволяють встановити на основі вказаного енергосилового критерію основні параметри режимів руху мостових кранів, котрі задовольняють певним якостям (мінімізують їх енергетичні характеристики), а також визначити тривалості перехідних процесів (гальмування кранів до їх повної зупинки) для оптимальних режимів функціонування кранів різної конструкції та призначення. Реалізований підхід до динамічної оптимізації режимів руху вантажопідйомних машин і механізмів може бути у подальшому використаний при проектуванні, конструюванні та реальній експлуатації мехатронних систем керування вказаними машинами та механізмами, які здатні забезпечити відслідковування усіх кінематичних, а також енергосилових параметрів механічної системи у процесі її гальмування за вказаним критерієм, що неминуче приведе до можливості функціонування такої системи у енергоощадному режимі. Отримані у роботі результати можна використати й для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку вантажопідйомних машин і механізмів, які функціонують в наступних типових режимах: пуску, реверсування, миттєвого гальмування (типу

стопоріння) як на стадіях їх проектування, конструювання, так і у енергоощадних режимах реальної експлуатації.

Ключові слова: модель, оптимізація, режими руху, вантажопідйомні машини, механізми, гальмування, критерій якості руху, мінімізація, питома енергія.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

При роботі мостових кранів доволі часто спостерігаються маятникові коливання вантажу, котрі є причиною нерівномірного руху кранів, їх вантажних візків, навантажень на канати та силові елементи кранів, які, у свою чергу, створюють різноманітні незручності при їх експлуатації, зменшують надійність функціонування як крана у цілому, так і його окремих елементів. Зрозуміло, що всі ці фактори необхідно враховувати при уточнених розрахунках кранів (особливо у режимах їх оптимального з мінімальною необхідною для цього енергією пуску/гальмування).

Користуючись стандартною методикою та схемою розрахунку маятникових коливань вантажу на канатах мостового крана, що проводяться зазвичай за моделлю двомасової системи, необхідно здійснити подальші уточнення і вдосконалення, особли-

во на основі узагальнених енергосилових критеріїв якості його руху.

АНАЛІЗ ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ДОСЛІДЖЕННЯ

Розрахунок маятникових коливань вантажу зазвичай проводять за найпростішою схемою двомасової системи [1–5], вважаючи при цьому, що кут відхилення канатів від вертикалі не перевищує $10^0 \dots 12^0$ (малі коливання). При цьому вважають, що період маятникових коливань вантажу на гнучких канатах більшим або одного порядку з періодом розгону (гальмування) крана, а рушійне зусилля привідного двигуна механізму пересування постійне й дорівнює середньому пусковому (гальмівному) значенню [5].

Для обґрунтування енергосилового (узагальненого) критерію якості руху мостового крана у режимах пуску/гальмування застосований підхід авторів [6].

Результати робіт [5, 6] використані у даному дослідженні.

МЕТА РОБОТИ

Мета роботи полягає у обґрунтуванні енергосилового критерію (узагальненого) оптимізації режимів та якості руху мостових кранів при їх гальмуванні, який забезпечує високу якість таких рухів (мінімізує їх енергетичні характеристики), а також у визначенні тривалості перехідних процесів для оптимальних режимів функціонування кранів.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Розглянемо коливання маятникового типу у крановій системі, на котру діє деяке змінне зовнішнє (силове) поле (вимушені коливання). Оскільки коливання припускаються малими, то зовнішнє поле досить слабе, інакше воно могло б викликати надто велике переміщення \bar{x} (візка мостового крана з вантажем на канаті). У цьому випадку поряд з власною потенціальною енергією $\frac{1}{2}kx^2$ (k – жорсткість кранової

системи) у системі є ще потенціальна енергія $U_e(x, t)$, пов'язана з дією зовнішнього поля. Розкладаючи цей додатковий член у ряд за степенями малої величини x (переміщення крана вздовж балки рейкового шляху), отримаємо

$$U_e(x, t) \cong U_e(0, t) + x \cdot \left. \frac{\partial U_e}{\partial x} \right|_{x=0}. \quad (1)$$

Перший член у (1) є функцією тільки від часу і тому може бути відкинутий у функції Лагранжа (як повна похідна по t від деякої іншої функції часу). У другому члені $\frac{\partial U_e}{\partial x}$ є зовнішня «сила», діюча на систему у положенні рівноваги й така, що є заданою функцією часу, позначимо її як $F(t)$. Таким чином, у потенціальній енергії з'являється член $\{-x \cdot F(t)\}$, тому функція Лагранжа кранової системи буде мати вигляд

$$L = \frac{m \cdot \dot{x}^2}{2} - \frac{k \cdot x^2}{2} + x \cdot F(t). \quad (2)$$

Відповідне рівняння руху

$$m \cdot \ddot{x} + k \cdot x = F(t), \quad (3)$$

або

$$\ddot{x} + \omega^2 \cdot x = \frac{1}{m} \cdot F(t), \quad (4)$$

де $\omega^2 = \frac{k}{m}$, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ – власна частота вільних коливань кранової системи, m – її зведена маса. $F(t)$ описує рівнодіючу усіх сил, що прикладені до системи (рушійні сили та сили опору). Конкретизуємо параметри (4).

У рівнянні (4) x – горизонтальне переміщення вантажу відносно рухомої точки підвісу; ω – частота власних маятникових коливань вантажу відносно крана у період гальмування:

$$\omega = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2) \cdot g}{m_1 \cdot H}}, \quad (5)$$

де H – довжина канату; $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – прискорення вільного падіння; $\frac{F(t)}{m} = \frac{(P-W)}{m_1}$; P – сумарне тягове зусилля приводних коліс вантажного візка крана $P = P(t)$; W – сила опору пересуванню візка; m_1 – маса вантажного візка; m_2 – маса вантажу; t – час.

У подальшому для формування критерію якості руху кранової системи у режимі її гальмування (тривалість гальмування t_r) знадобиться формула повної енергії системи:

$$\begin{aligned} E_{\text{повна}} &= \frac{m \cdot \dot{x}^2}{2} + \frac{k \cdot x^2}{2} - x \cdot F(t) = \\ &= m \cdot \left\{ \frac{\dot{x}^2}{2} + \frac{\omega^2 \cdot x^2}{2} - x \cdot \frac{F(t)}{m} \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Останній член у (6) символізує потенціальну енергію кранової системи, яку вона має під дією зовнішнього поля (силового), котре задане у часі – $F(t)$.

Критерій якості руху зводимо до мінімізації повної енергії системи $E_{\text{повна}}$, усередненої за період гальмування кранової системи t_r , при цьому $F(t)$ є заданою функцією часу t . Отже, для критерію, вказаного вище, що співпадає критерієм оптимізації питомої повної енергії системи (на одиницю її маси) $E_{\text{питома}} = \frac{E_{\text{повна}}}{m}$, маємо

$$\frac{1}{t_r} \cdot m \int_0^{t_r} \left[\frac{\dot{x}^2}{2} + \frac{\omega^2 \cdot x^2}{2} - x \frac{F(t)}{m} \right] dt \Rightarrow \min. \quad (7)$$

Необхідна умова реалізації критерію якості руху кранової системи (рівняння Ейлера-Пуассона) має вигляд

$$\ddot{x} - \omega^2 \cdot x = -\frac{F(t)}{m}, \quad m = m_1. \quad (8)$$

За наступних початкових умов гальмування крана

$$x|_{t=0} = 0, \quad \dot{x}|_{t=0} = V_0, \quad (9)$$

де V_0 – початкова швидкість руху кранової системи (за повної зупинки крана через t_r , $\dot{x}|_{t=t_r} = 0$). Нижче наведені закони руху кранової системи, що задовольняють критерію якості руху (7) для різних заданих значень $F(t)$, котра у даному випадку фактично виступає у ролі керування системою.

$$1. \quad F(t) = F_0 = \text{const},$$

$$x(t) = \frac{V_0}{\omega} \cdot \text{sh } \omega t - \frac{F_0}{m\omega^2} \cdot \text{ch } \omega t + \frac{F_0}{m\omega^2}. \quad (10)$$

Виходячи з умови $\dot{x}|_{t=t_r} = 0$, знаходимо значення t_r (за вказаних ω , m та параметрів силового фактору $F(t)$ – амплітуди F_0 і тривалості його у часі за іншими стаціонарних показників):

$$t_r = \frac{1}{\omega} \cdot \text{Arcth} \left\{ \frac{V_0 \cdot m_1 \cdot \omega}{F_0} \right\}. \quad (11)$$

$$2. \quad F(t) = a \cdot t,$$

$$x(t) = \left\{ \frac{V_0}{\omega} - \frac{a}{m_1 \omega^3} \right\} \cdot \text{sh } \omega t + \frac{a}{m_1 \omega^2} \cdot t. \quad (12)$$

Значення t_r у цьому випадку визначається зі співвідношення

$$t_r = \frac{1}{\omega} \cdot \text{Arcth} \left\{ \frac{a}{a - m_1 \omega^2 \cdot V_0} \right\}. \quad (13)$$

$$3. \quad F(t) = F_0 \cdot \exp(-\alpha \cdot t),$$

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{F_0}{m_1 (\alpha^2 - \omega^2)} \cdot \text{ch } \omega t + \\ &+ \left\{ \frac{V_0}{\omega} + \frac{F_0 \cdot \alpha}{m_1 \omega \cdot (\alpha^2 - \omega^2)} \right\} \cdot \text{sh } \omega t + \\ &+ \frac{F_0}{m_1 (\omega^2 - \alpha^2)} \cdot \exp(-\alpha t). \end{aligned} \quad (14)$$

Для t_r у цьому випадку маємо трансцендентне рівняння

$$\frac{F_0 \cdot \omega \cdot \operatorname{sh}(\omega t_r)}{m_1(\alpha^2 - \omega^2)} + \left\{ V_0 + \frac{F_0 \cdot \alpha}{m_1(\alpha^2 - \omega^2)} \right\} \operatorname{ch}(\omega t_r) - \frac{F_0 \cdot \alpha}{m_1(\omega^2 - \alpha^2)} \cdot \exp(-\alpha t_r) = 0. \quad (15)$$

$$4. F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0; \\ F_0 \cdot t/T, & 0 < t < T; \\ F = F_0, & t > T. \end{cases} \quad (16)$$

Графік зміни $F(t)$ для випадку 4 наведений на Рис. 1.

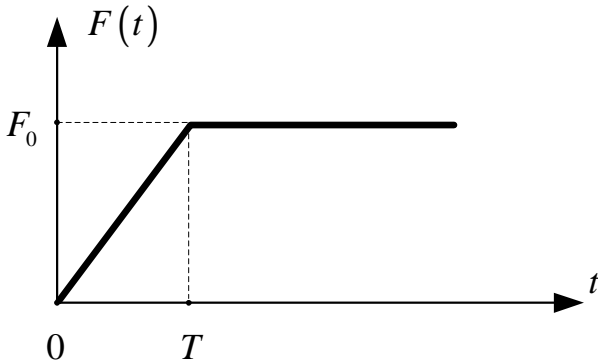


Рис. 1. Графік зміни $F(t)$ для залежності (16)

Fig. 1. Change chart $F(t)$ for dependence (16)

При $0 < t < T$:

$$x(t) = \left\{ \frac{V_0}{\omega} - \frac{F_0}{m_1 \omega^3 \cdot T} \right\} \operatorname{sh} \omega t + \frac{F_0}{m_1 \omega^2 \cdot T} t. \quad (17)$$

При $t > T$ шукаємо розв'язок (8) у вигляді

$$x(t) = C_1 \cdot \exp\{\omega(t-T)\} + C_2 \cdot \exp\{-\omega(t-T)\} + \frac{F_0}{m_1 \omega^2}. \quad (18)$$

З умов неперервності x та \dot{x} при $t = T$ знаходимо:

$$\begin{cases} C_1 = \left\{ \frac{V_0}{\omega} - \frac{F_0}{m_1 \omega^3 T} \right\} \frac{1}{2} (\operatorname{sh} \omega T + \operatorname{ch} \omega T) + \frac{F_0}{2m_1 \omega^3 T}; \\ C_2 = \left\{ \frac{V_0}{\omega} - \frac{F_0}{m_1 \omega^3 T} \right\} \frac{1}{2} (\operatorname{sh} \omega T - \operatorname{ch} \omega T) - \frac{F_0}{2m_1 \omega^3 T}. \end{cases} \quad (19)$$

Вважаємо, що $t_r > T$, тоді його значення знаходимо зі співвідношення

$$\omega \cdot C_1 \cdot \exp[\omega \cdot (t_r - T)] - \omega \cdot C_2 \cdot \exp[-\omega \cdot (t_r - T)] = 0. \quad (20)$$

$$5. F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0; \\ F_0, & 0 < t < T; \\ 0, & t > T. \end{cases} \quad (21)$$

Графік зміни $F(t)$ для випадку 5 наведений на Рис. 2.

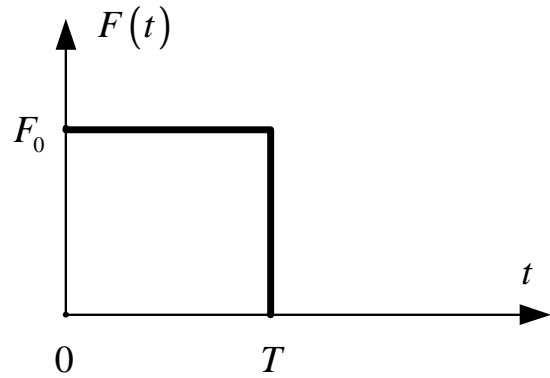


Рис. 2. Графік зміни $F(t)$ для залежності (21)

Fig. 2. Change chart $F(t)$ for dependence (21)

При $0 < t < T$:

$$x(t) = \frac{V_0}{\omega} \operatorname{sh} \omega t - \frac{F_0}{m \omega^2} \operatorname{ch} \omega t + \frac{F_0}{m \omega^2}. \quad (22)$$

При $t > T$ шукаємо розв'язок (8) у вигляді

$$\begin{aligned}
 x(t) = & \bar{C}_1 \exp[\omega \cdot (t-T)] + \\
 & + \bar{C}_2 \exp[-\omega \cdot (t-T)] + \\
 & + \frac{V_0}{\omega} \operatorname{sh} \omega t - \frac{F_0}{m\omega^2} \operatorname{ch} \omega t + \frac{F_0}{m\omega^2}.
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

З умов неперервності x та \dot{x} при $t=T$ знаходимо:

$$\begin{aligned}
 \bar{C}_1 = & \frac{V_0}{2\omega} \operatorname{ch} \omega T - \frac{F_0}{2m\omega^2} \operatorname{sh} \omega T; \\
 \bar{C}_2 = & -\frac{V_0}{2\omega} \operatorname{ch} \omega T + \frac{F_0}{2m\omega^2} \operatorname{sh} \omega T.
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

Вважаємо, що $t_r > T$, тоді його значення знаходимо зі співвідношення

$$\begin{aligned}
 0 = & \omega \cdot \bar{C}_1 \cdot \exp[\omega \cdot (t_r - T)] - \\
 & - \omega \cdot \bar{C}_2 \cdot \exp[-\omega \cdot (t_r - T)].
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

Враховуючи (24), можна отримати

$$t_r = T + \frac{1}{2\omega} \ln \left\{ \left| \frac{\bar{C}_2}{\bar{C}_1} \right| \right\}.
 \tag{26}$$

$$6. F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0; \\ F_0 \cdot t/T, & 0 < t < T; \\ 0, & t > T. \end{cases}
 \tag{27}$$

Графік зміни $F(t)$ для випадку б наведений на Рис. 3.

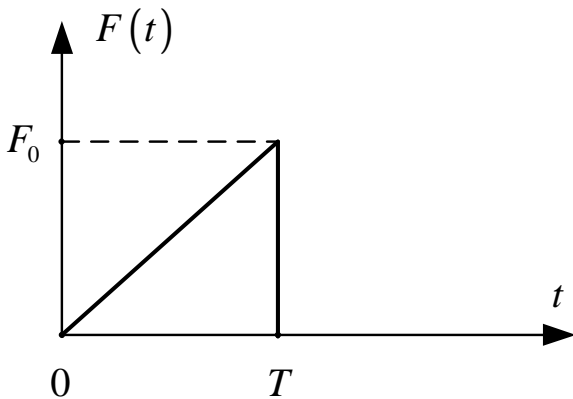


Рис. 3. Графік зміни $F(t)$ для залежності (27)

Fig. 3. Change chart $F(t)$ for dependence (27)

При $0 < t < T$:

$$x(t) = \left\{ \frac{V_0}{\omega} - \frac{F_0}{m_1 \omega^3 \cdot T} \right\} \operatorname{sh} \omega t + \frac{F_0}{m_1 \omega^2 T} t.
 \tag{28}$$

При $t > T$ шукаємо розв'язок (8) у вигляді

$$\begin{aligned}
 x(t) = & \bar{\bar{C}}_1 \exp[\omega(t-T)] + \\
 & + \bar{\bar{C}}_2 \exp[-\omega(t-T)] + \\
 & + \left\{ \frac{V_0}{\omega} - \frac{F_0}{m_1 \omega^3 T} \right\} \operatorname{sh} \omega t + \frac{F_0}{m_1 \omega^2}.
 \end{aligned}
 \tag{29}$$

З умов неперервності x та \dot{x} при $t=T$ знаходимо:

$$\begin{cases} \bar{\bar{C}}_1 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{V_0}{\omega} - \frac{F_0}{m_1 \omega^3 T} \right\} \operatorname{ch} \omega T + \frac{F_0}{2m_1 \omega^3 T}; \\ \bar{\bar{C}}_2 = \frac{1}{2} \left\{ -\frac{V_0}{\omega} + \frac{F_0}{m_1 \omega^3 T} \right\} \operatorname{ch} \omega T - \frac{F_0}{2m_1 \omega^3 T}. \end{cases}
 \tag{30}$$

Вважаємо, що $t_r > T$, тоді значення t_r знаходимо зі співвідношення

$$t_r = T + \frac{1}{2\omega} \cdot \ln \left\{ \left| \frac{\bar{\bar{C}}_2}{\bar{\bar{C}}_1} \right| \right\}.
 \tag{31}$$

Слід зазначити, що для законів $F(t)$ (21) та (22) існує можливість оптимізації гальмування (без спеціальних додаткових мехатронних пристроїв керування рухом). Для цього потрібно лише виконати умову:

$$t_r = T = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{\omega}, \quad n = 1, 2, 3, \dots,
 \tag{32}$$

де T у даному випадку визначає параметр керування та n – кратний період власних коливань системи. У таблиці наведені значення t_r для різних ω та n .

Таблиця. Значення t_r , с для різних значень власної частоти коливань ω , с⁻¹ кранової системи та n .

Table. Values t_r , s for various values of the natural frequency of oscillations ω , s⁻¹ crane system and n .

n	ω , с ⁻¹					
	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0	1,5
1	15,71	12,57	10,47	7,85	6,28	4,19
2	31,42	25,14	20,94	15,70	12,56	8,38
3	47,13	37,71	31,41	23,55	18,84	12,57

ВИСНОВКИ

1. Запропонований та обґрунтований аналітичний підхід у аналізі узагальненого енергосилового критерію оптимізації режимів руху мостових кранів

2. Отримані закони руху системи «вантажний візок – канат – вантаж» мостового крана у режимах його гальмування до повної зупинки, які оптимізують енергосилові показники перехідного процесу (мінімізують необхідну для реалізації цього процесу енергію системи), а також вирази для відповідної тривалості самого процесу гальмування.

3. Результати роботи можуть бути у подальшому використані для вдосконалення й уточнення існуючих інженерних методів розрахунку мостових кранів у режимах їх гальмування як на стадіях проектування/конструювання, так і реальної експлуатації.

ЛІТЕРАТУРА

1. **Артоболевский И.И.** Динамика машинных агрегатов на предельных режимах движения / И.И. Артоболевский, В.С. Лощинин.– М.: Наука, 1977. – 325 с.
2. **Грузоподъемные** машины / М.П. Александров, Л.Н. Колобов, Н.А. Лобов и др. - М.: Машиностроение, 1986. – 400 с.
3. **Грузоподъемные** краны / Под ред. М.П. Александрова. – М.: Машиностроение. Кн.1. – 1981. – 216 с.; Кн.2. – 1981. – 287 с.
4. **Казак С.А.** Динамика мостовых кранов / С.А. Казак. М.: Машиностроение, 1968.– 472 с.

5. **Лобов Н.А.** Динамика грузоподъемных кранов / Н.А. Лобов. – М.: Машиностроение, 1987. – 160 с.
6. **Ландау Л.Д.** Теоретическая физика. Т.1. Механика / Л.Д. Ландау, Е.И. Лифшиц. – М.: Наука, 1965. – 204 с.

REFERENCES

1. **Artobolevskij I.I., 1977.** Dinamika mashinnyh agregatov na predel'nyh rezhimah dvizhenija. [Dynamics of machine units in the limiting modes of motion]. Moscow, Nauka, 325. (in Russian).
2. **Aleksandrov M.P., Kolobov L.N., Lobov N.A., 1986.** Gruzopodemnye mashiny [Hoisting machines]. Moscow, Mashinostroenie, 400. (in Russian).
3. **Aleksandrov M.P., 1981.** Gruzopodemnye kраны. [Hoisting cranes]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 287. (in Russian).
4. **Kazak S.A., 1968.** Dinamika mostovyh kранov. [Dynamics of overhead cranes]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 472. (in Russian).
5. **Lobov N.A., 1987.** Dinamika грузopodemnyh kранov. [Dynamics of cranes]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 160. (in Russian).
6. **Landau L.D., 1965.** Teoreticheskaja fizika. T.1. Mehanika. [Theoretical physics. T.1. Mechanics] Moscow, Nauka Publ., 204. (in Russian).

Modeling and optimization of motion regimes for hoisting machines and mechanisms during the processes of start-up and braking with the help of minimum specific energy criterion. II

*Yuriy Chovnyuk, Mykhaylo Dykteruk,
Svetlana Komotskaya*

Abstract. The model is substantiated and dynamic optimization of the modes of movement of load-lifting machines and mechanisms in the processes of their braking on the criterion of the minimum of specific energy is realized. The use of the standard method and the scheme of calculating the swinging fluctuations of the load on the ropes of the bridge crane on the model of a two-mass system allows us to establish, on the basis of the specified power-strength criterion, the basic parameters of the modes of movement of bridge cranes, which satisfy certain qualities (minimize their energy characteristics), as well as determine the duration of transients (inhibition cranes to their full stop) for optimal modes of operation of cranes of different design and purpose). The realized

approach to dynamic optimization of the modes of movement of load-lifting machines and mechanisms can be further used in the design, construction and real operation of mechatronic control systems by these machines and mechanisms that can provide tracking of all kinematic as well as power-supply parameters of the mechanical system in the processes of its braking for specified a criterion that will inevitably lead to the possibility of functioning of such a system in the energy-saving mode. The results obtained in the work can be used to clarify and improve the existing engineering methods of calculating load-lifting machines and mechanisms which are functioning in the following typical modes: start, reversal, instantaneous braking (stops), both at the stages of their design, construction, and in energy-saving modes of real operation.

Key words: model, optimization, driving regimes, hoisting machines, mechanisms, braking, the criterion of the quality of motion, minimization, specific energy.