

Теоретичні дослідження руху формоутворюючої поверхні віброустановки з просторовими коливаннями

Іван Назаренко¹, Олександр Дьяченко²

Київський національний університет будівництва і архітектури,
Повітрофлотський просп. 31, Київ, Україна, 03037

¹i_nazar@i.ua, orcid.org/0000-0002-1888-3687

²sanyadrg@gmail.com, orcid.org/0000-0001-8199-2504

Отримано 14.03.2018; прийнято 19.04.2018

DOI: 10.26884/gbdmm1891.0303

Анотація. Плоскі залізобетонні вироби (плити, перекриття, дорожні плити і т.п.) широко використовуються як в збірному, так і в каркасно-монолітному будівництві. Для їх виробництва використовують вібраційні майданчики (установки) для ущільнення бетонної суміші. Однак, часто їх технічний стан та характеристики не відповідають вимогам сучасного будівництва. Тому підвищення ефективності і зменшення енергоємності процесу ущільнення бетонних сумішей є актуальною задачею. Однак, створення вібраційних установок для ущільнення бетонних сумішей на етапі проектування зазвичай здійснюється за розрахунковими методиками згідно загальним вимогам будівельних норм 70 років ХХ-го сторіччя. Ці методики не дають змоги коректно змоделювати динамічну поведінку конструкцій систем і елементів вібраційних установок, їх напруження і деформації в складних умовах роботи на високих частотах коливань робочого органа у відповідь на дію зовнішніх впливів і навантажень. Така обмеженість відомих методів розрахунку конструкцій вібраційних установок стримує можливість створення інструментів математичного моделювання для здійснення досліджень при попередньому їх проектуванні.

Основним напрямком роботи є пошук способів вирішення цієї задачі з використанням відповідної моделі, за допомогою якої можна буде змоделювати рух вібраційної установки для визначення оптимальних параметрів ущільнення бетонної суміші, зменшення енергоємності і металоємності конструкції установки.

В роботі виконані теоретичні дослідження руху формоутворюючої поверхні установки з просторовими коливаннями для розрахунку

переміщень і деформацій в її конструкції. Здійснено огляд та оцінку методів розрахунку вібраційної установки за теорією руху пластин методом кінцевих різниць. Виконано огляд рівнянь руху плоскої плити під дією синусоїдальних навантажень. Знайдені рівняння можуть бути використані для знаходження переміщень, деформацій у конструкції, виявленні точок зниженої ефективності вібрації і проектування більш ефективних і енергозберігаючих вібраційних установок для ущільнення бетонних сумішей.

Ключові слова: вібраційна установка, ущільнення, просторові коливання, пластина, формоутворююча поверхня, метод кінцевих різниць.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Збільшення виробництва бетонних конструкцій в останні роки приводить до пошуків більш ефективних способів виробництва залізобетонних виробів. Процес ущільнення і формування сумішей є одним з найвідповідальніших процесів при виробництві готового бетонного виробу, від нього залежить форма, міцність, вологостійкість і довговічність кінцевого виробу. Для досягнення цих показників потрібне забезпечення регламентованих технологіями виробництва необхідних параметрів роботи вібраційного обладнання при ущільненні і формуванні.

При проектуванні машини для ущільнення бетонних сумішей з рамною конс-

трукцією і навісними збудниками коливань потрібно забезпечити необхідні параметри жорсткості конструкції і рівномірний розподіл амплітуд коливань по всій поверхні машини. Тому пошук як фізичної так і математичної моделі, які адекватно відповідають реальним умовам руху вібраційної машини, є актуальною задачею, особливо для машини зі змінними параметрами робочого процесу.

ОГЛЯД ПУБЛІКАЦІЙ

В роботах [1,3] розглянуто основи теорії коливань вібраційних систем, наведено фізичну сутність поведінки машин і оброблювальних середовищ при вібраційному русі. Робота [2] присвячена огляду питань статичного розрахунку конструкцій, що спираються на пружну вінклерівську основу. Робота [4] присвячена вирішенню задач про пружні деформації пластин під дією різних навантажень, в тому числі синусоїдальних. Дослідженням руху плоских пластин під дією коливальних навантажень присвячено ряд робіт [5 – 10]. В роботі [5] розглянуто чисельний аналіз ізотропної пластини під дією рівномірно розподіленого навантаження. Задача вирішується за допомогою теорії деформування пластин Рейсснера-Міндліна в поєднанні з принципом безсіткової радіальної основи Вендланда. В роботі [6] представлені методи вібраційного аналізу пластин за допомогою нового чисельного методу – методу найменшого рухомого квадрату (MLS-Element method) для аналізу вільних коливань пластин на основі теорії деформації пластин Міндліна. Наведено приклад при вібруванні вільно опертої квадратної пластини Міндліна. В роботі [7] використовується пряме розділення змінних для отримання рішень замкнутої форми вільних коливань прямокутних пластин Міндліна. В роботі [8] розроблений набір двовимірних повних поліноміальних функцій для визначення вібраційної поведінки багатопрігінних помірно товстих прямокутних пластин з врахуванням теорії пластин Міндліна. Вібраційному аналізу пружно-підтримуваної прямокутної пластини присвячено роботу [9]. В ній ви-

користується метод Чебишева-Лагранжа для обробки коливань пластини з послабленнями і вирізами.

МЕТА РОБОТИ

Метою роботи є теоретичні дослідження руху формоутворюючої плити вібраційної установки з просторовими коливаннями і пошук математичної моделі вібраційної системи «машина - оброблюване середовище», що буде адекватно відповідати умовам робочого процесу і дасть змогу відображати реальні фізичні процеси, які відбуваються у конструкції рами і машини в цілому і отримати переміщення і деформації конструкції.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Забезпечення достатньої ефективності і технологічності вібраційних установок для формування і ущільнення бетонних сумішей значною мірою залежить від обраної фізичної та математичної моделей вібраційної системи «машина-оброблюване середовище», що адекватно відповідають умовам робочого процесу, що в них протікає.

При розгляді процесу взаємодії системи «машина – оброблюване середовище» найчастіше застосовують комбінований підхід [1]: конструкцію машини вважають системою з дискретними параметрами, а середовище моделюють системою з розподіленими параметрами. При такому підході найбільші труднощі виникають при виборі моделі машини. Це обумовлено відсутністю загальноприйнятого підходу до визначення характеристик та функціональних залежностей від параметрів вібрації. Такий підхід спрощує загальну математичну модель взаємодії машини та середовища, а також не дозволяє виявити процеси, які протікають безпосередньо в рамі або конструкції машини. Моделювання дискретними параметрами не дозволяє отримати реальний напружено-деформований стан конструкції і її переміщення. В результаті звужуються можливості при проектуванні, конструюванні та створенні сучасних вібротриболомашин.

Опис реальних процесів машин під дією статичних і динамічних навантажень може бути реалізований за допомогою диференціальних рівнянь. У цих рівняннях стан об'єкту дослідження описується набором деяких параметрів, а зміна стану – швидкістю зміни цих параметрів. Реальні фізичні процеси, які відбуваються у складних системах можуть бути адекватно описані лише нелінійними диференціальними рівняннями. Пояснюється це тим, що в природі завжди є складова, яка носить нелінійних характер зміни властивостей.

З точки зору ефективності і надійності серед можливих варіантів створення вібраційної установки з просторовими коливаннями за результатами попередніх досліджень та на основі проведеного аналізу було обрано схему одномасової рамної установки. Схему установки представлено на Рис. 1.

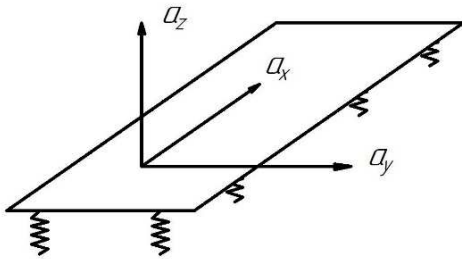


Рис. 1. Схема досліджуваної вібраційної установки

Fig. 1. Scheme of the inves installation

Установка має створювати просторові коливання з реалізацією багаточастотного (поліфазного) режиму вібрування сумішей. Конструкція установки (Рис. 2) становить зварну раму 1, що встановлена на пружних опорах 2. На рамі закріплено навісні вібраційні пневматичні збудники коливань 3. Зверху до рами 1 приварено пластину 4, що становить формоутворюючу поверхню. Рама з пластиною безпосередньо і є піддонном, на якому відбувається ущільнення бетонних виробів [10].

Реалізація багаточастотного режиму вібрування в цій установці здійснюється завдяки несиметричному встановленню вібраторів на рамі, а також резонансним явищам в конструкції при зміні частот коливань. Це дозволяє отримувати коливання з різними амплітудами і частотами в вертикальному, поздовжньому і поперечному напрямках. Також конструкція забезпечує можливість зміни режиму роботи за допомогою зміни частоти коливань пневматичних вібраційних збудників коливань.

В загальному випадку диференціальне рівняння руху вібростанини записується у вигляді:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = F_0 \sin \omega t \quad (1)$$

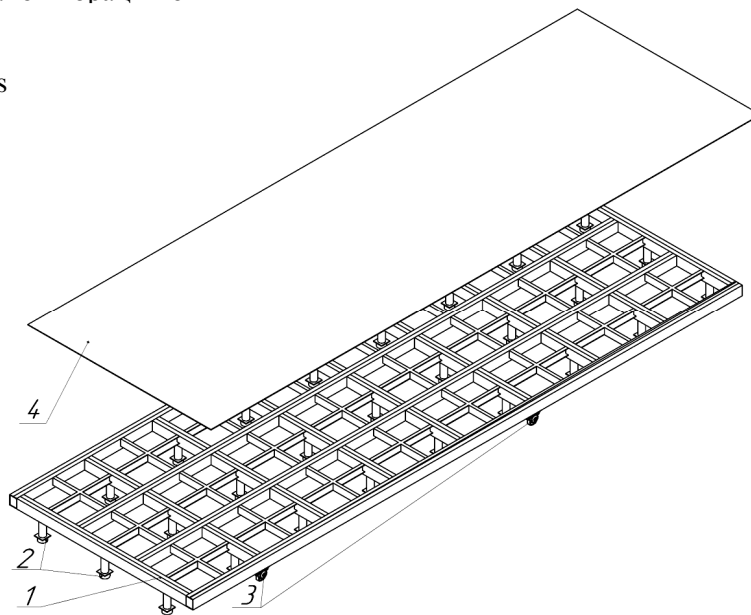


Рис. 2. Конструкція вібраційної установки з просторовими коливаннями

Fig. 2. Construction of a vibration installation with spatial oscillations

де коефіцієнти m , b , c – відповідно маса, коефіцієнт опору і пружності опор вібромашини; F_0 – величина змушуючої сили.

Однак, конструкція такої машини має складну просторову будову і великі розміри. Існуючими консервативними методами розрахунку неможливо достатньо точно змодельовати поведінку конструкції вібраційної установки і, як наслідок, неможливо отримати розподіли амплітуд коливань по формоутворюючій плиті, оскільки не враховуються хвильові явища і деформації конструктивних елементів.

Для розрахунку конструкції установки і оцінки розподілів амплітуд її можна прийняти як пластину на вінклерівській основі з деякою пружністю, що коливається з певною частотою ω . Розрахункова механічна модель вінклерівської основи становить ряд не пов'язаних між собою пружин, укріплених на жорсткій основі (Рис. 3).

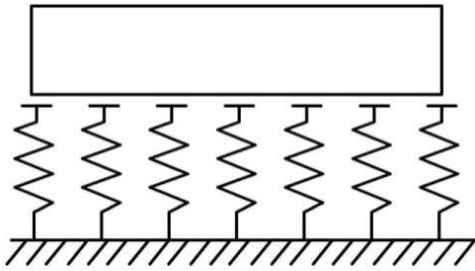


Рис. 3. Вінклерівська модель основи

Fig. 3. Winkler model of the basis

Пластина з навантаженням, прикладена до пружин, переміщується на деяку величину, пропорційну середньому питомому тиску, а при знятті навантаження повертається у вихідне положення [2].

Механічні властивості пружної основи моделі характеризуються коефіцієнтом жорсткості c , який означає величину зусилля F , що необхідно прикласти до поверхні моделі, щоб вона просіла на величину x [1].

Для вільноопертої пластини під статичним навантаженням прогинам точок середньої поверхні відповідає диференціальне рівняння [3]

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D}, \quad (2)$$

де w – прогини пластини; q – статичне розподілене по поверхні плити навантаження,

знак якого приймається позитивним, якщо напрямок його збігається з позитивним напрямком осі z ; D – циліндрична жорсткість пластини(плити).

При вільних коливаннях навантаженнями є сили інерції:

$$q = -\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad (3)$$

де ρ – щільність матеріалу; h – товщина пластини.

Тоді рівняння (2) прийме вигляд

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\frac{\rho h}{D} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}.$$

Підставивши рішення у вигляді

$$w = W(x, y)T(t),$$

отримаємо диференціальне рівняння для форм коливань $W(x, y)$:

$$\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} = \frac{\rho h p^2}{D} \cdot W. \quad (4)$$

Це диференціальне рівняння у випадку прямокутної пластини з опертими краями має таке часткове рішення:

$$W = A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}. \quad (5)$$

Коефіцієнти m і n відповідають кількості напівхвиль на довжині пластини відповідно a і b (Рис. 4).

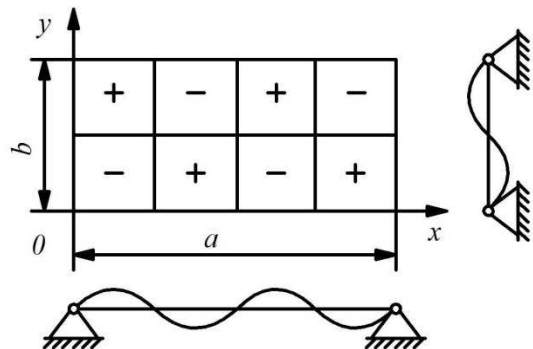


Рис. 4. Схема для визначення коефіцієнтів m і n

Fig. 4. Scheme for determination of the coefficients m and n

Після підставлення виразу (5) в (4) отримуємо

$$\left(\frac{m\pi}{a}\right)^4 + 2\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^4 = \frac{\rho h p^2}{D}. \quad (6)$$

Звідси можна виділити власну частоту коливань:

$$p_{mn} = \frac{\pi^2 h}{2} \sqrt{\frac{E}{3\rho(1-\mu^2)}} \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right]. \quad (7)$$

Диференційне рівняння вигину плити на пружній основі [2] для обчислення початкових параметрів, таких як прогини пластини, коефіцієнт жорсткості основи має вигляд:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D} - \frac{Kw}{D}, \quad (8)$$

де K – коефіцієнт жорсткості основи(пружних зв'язків).

Розрахунок вигинів пластини під дією синусоїдального рівнорозподіленого навантаження на поверхню пластини описується законом [4]:

$$q = q_0 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}, \quad (9)$$

де q_0 –інтенсивність навантаження в центрі пластини.

Після підставлення (9) в (2) диференційне рівняння зігнутої поверхні пластини прийме такий вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \\ = \frac{q_0}{D} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}. \end{aligned} \quad (10)$$

Прогин пластини при цьому дорівнює

$$w = \frac{q_0}{\pi^4 D \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)^2} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}. \quad (11)$$

Максимальний прогин пластини відбуваються у центрі пластини:

$$w_{max} = \frac{q_0}{\pi^4 D \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)^2}. \quad (12)$$

У випадку квадратної пластини, коли $a=b$, вищевикладені формули можна спростити:

$$w_{max} = \frac{q_0 a^4}{4\pi^4 D}. \quad (13)$$

Для розрахунку плит і пластин, що лежать на пружній основі з довільними навантаженнями на них, ефективним є використання методу кінцевих різниць. Так можна обрахувати жорсткість пластини, прогини її під навантаженнями бетонних сумішей і під вібраційними навантаженнями.

Рівняння (8) у формі кінцевих різниць для прямокутної сітки при $\alpha = b^2 / a^2$ (Рис. 5) має вигляд

$$\begin{aligned} (6\alpha^2 + 8\alpha + 6)w_0 - 4(\alpha + 1) \times \\ \times (w_1 + \alpha w_2 + w_3 + \alpha w_4) + \\ + 2\alpha(w_5 + w_6 + w_7 + w_8) + \\ + (w_9 + \alpha^2 w_{10} + w_{11} + \alpha^2 w_{12}) = \bar{q}_0 - \bar{K}_0 w_0, \end{aligned} \quad (14)$$

де $\bar{q}_0 = q_0 b^4 / D$ – зведена інтенсивність зовнішнього навантаження в точці 0; $\bar{K}_0 = K_0 b^4 / D$ – зведений коефіцієнт жорсткості основи в точці 0.

При цьому вид рівняння для будь-якої точки буде різним. Для кожної з точок необхідно проводити перетворення в залежності від положення шуканого вузла(точки) на плиті [2].

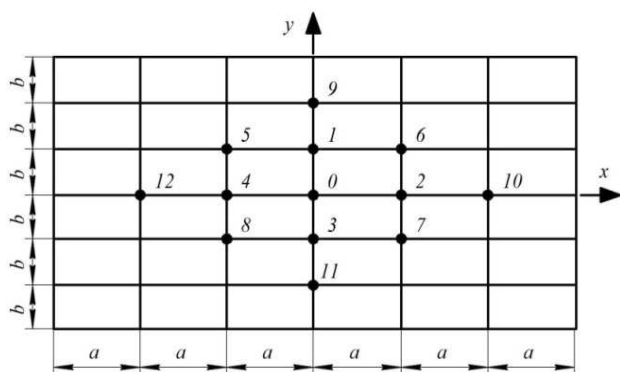


Рис. 5. Шаблон для складання рівнянь

Fig. 5. Template for compilation of equations

Метод кінцевих різниць є одним з універсальних і широко використовуваних методів рішення крайових задач. Сутність методу в тому, що область замінюється кінцевою (дискретною) кількістю точок(вузлів), що називають сіткою, і розглядають функції, які визначаються в вузлах сітки. Похідні, що входять в диференційне рівняння і крайові умови замінюють їх аналогами у формі кінцевих різниць – лінійними комбінаціями значень сіткових функцій в деяких вузлах сітки. В результаті крайову задачу замінюють дискретною крайовою задачею (різницевою схемою), що становить систему кінцевого числа лінійних і нелінійних алгебраїчних рівнянь. Рішення різницевої схеми приймають за наближене рішення крайової задачі. До мінусів такого методу розрахунку відноситься те, що точність його залежить від густоти сітки, при цьому кількість відносно простих рівнянь не дозволяє вирішувати їх без використання комп'ютерних методів.

ВИСНОВКИ

1. Здійснена оцінка методів дослідження руху формуютьючої плити вібраційної установки.
2. Встановлено, що застосування чисельних методів спрощує виведення рівнянь руху.
3. Для практичного використання отриманих залежностей потрібні числові значення параметрів, що входять в рівняння руху і уточнення законів зміни пружних,

дисипативних та інерційних характеристик машини.

ЛІТЕРАТУРА

1. Назаренко І.І., 2010. Прикладні задачі теорії вібраційних систем. Навчальний посібник (2-е видання). Київ, Видавничий Дім Слово, 440.
2. Клепиков С.Н., 1976. Расчёт конструкций на упругом основании. Киев, Издательство Будівельник, 184.
3. Пановко Я.Г., 1976. Основы прикладной теории колебаний и удара. Ленинград, Машиностроение, 320.
4. Тимошенко С.П., С. Войновский-Кригер, 1966. Пластинки и оболочки. Москва, Наука, 636.
5. Behzad V. Farahani, Jose Berardo, Jorge Belinha, A.J.M. Ferreira, Paulo J. Tavares, Pedro Moreira, 2017. An Optimized RBF Analysis of an Isotropic Mindlin Plate in Bending. *Procedia Structural Integrity*, Vol.5, 584-591.
6. L. Zhou, Y. Xiang, 2010. Vibration analysis of plates by MLS-element method. *AIP Conference Proceedings*, Vol.1233, 225-230.
7. Yufeng Xing, Bo Liu, 2009. Characteristic equations and closed-form solutions for free vibrations of rectangular mindlin plates. *Acta Mechanica Solida Sinica*, Vol.22, No.2, 125-136.
8. Sh. Hosseini-Hashemi, H. Payandeh, K. Khorshidi, 2009. Vibration Analysis of Moderately Thick Rectangular Plates with Internal Line Support Using the Rayleigh-Ritz Approach. *Scientia Iranica*, Vol.16, No.1, 22-39.
9. Yuehua Chen, Guoyong Jin, Zhigang Liu, 2014. Flexural and in-plane vibration analysis of elastically restrained thin rectangular plate with cutout using Chebyshev-Lagrangian method. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 89, 264-278.
10. Назаренко І.І., Халімон П.П., Дєдов О.П., Дьяченко О.С., 2017. Патент України на корисну модель 117955. Вібраційна установка для формування бетонних і залізобетонних виробів. Опубл. 10.07.2017, б.13.2017.

REFERENCES

1. Nazarenko, I.I., 2010. *Prikladni zadachi teorii vibracijnih system (2-e vidannja)* [Applied problems of the theory of vibration systems (2nd ed.)]. Kyiv, Slovo Publ., 440.

2. **Klepikov S.N., 1967.** Raschjot konstrukcij na uprugom osnovanii.[Calculation of structures on elastic foundation]. Keiv, Budivelnik Publ., 184.
3. **Panovko Ja.G., 1976.** Osnovy prikladnoj teorii kolebanij i udara. [Fundamentals of Applied Theory of Oscillations and Shock]. Leningrad, Mashynostroenie Publ., 320.
4. **Timoshenko S.P., S. Vojnovskij-Kriger, 1966.** Plastinki i obolochki. [Plates and shells]. Moscow, Nauka Publ., 636.
5. **Behzad V. Farahani, Jose Berardo, Jorge Belinha, A.J.M. Ferreira, Paulo J. Tavares, Pedro Moreira, 2017.** An Optimized RBF Analysis of an Isotropic Mindlin Plate in Bending. Procedia Structural Integrity, Vol.5, 584-591.
6. **L. Zhou, Y. Xiang, 2010.** Vibration analysis of plates by MLS-element method. AIP Conference Proceedings, Vol.1233, 225-230.
7. **Yufeng Xing, Bo Liu, 2009.** Characteristic equations and closed-form solutions for free vibrations of rectangular mindlin plates. Acta Mechanica Solida Sinica, Vol.22, No.2, 125-136.
8. **Sh. Hosseini-Hashemi, H. Payandeh, K. Khorshidi, 2009.** Vibration Analysis of Moderately Thick Rectangular Plates with Internal Line Support Using the Rayleigh-Ritz Approach. Scientia Iranica, Vol.16, No.1, 22-39.
9. **Yuehua Chen, Guoyong Jin, Zhigang Liu, 2014.** Flexural and in-plane vibration analysis of elastically restrained thin rectangular plate with cutout using Chebyshev–Lagrangian method. International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 89, 264-278.
10. **Nazarenko I.I., Halimon P.P., Dedov O.P., Diachenko O.S., 2017.** Patent Ukraini na korisnu model Nr117955. Vibracijna ustanovka dlja formuvannja betonnih i zalizobetonnih virobiv [Patent UA Nr117955. Vibration installation for the formation of concrete and reinforced concrete products].

Theoretical investigation of the moving of forming surface in vibration installation with spatial oscillations

Ivan Nazarenko, Oleksandr Diachenko

Abstract. Flat concrete products (slabs, ceilings, road slabs, etc.) are widely used both in pre-fabricated and frame-monolithic constructions. For their production are used vibration platforms (installations) for compaction of the concrete mix. However, often their technical condition and char-

acteristics do not meet the requirements of modern construction. Therefore, increasing the efficiency and reducing the energy intensity of the process of compaction of concrete mixtures, today is important task. Creation of vibration installations for compaction of concrete mixes, at the design stage is usually carried out by calculation methods in accordance with the requirements of general construction norms of 70 years of the XX century. These methods do not allow to correctly simulate the dynamic behavior of structures of systems and elements of vibration installations, their stresses and deformations in difficult working conditions at high frequency oscillations of the working body and in response to the effects of external influences and loads. Such limitation of the known methods of calculating the structures of vibrational installations constrains the possibility of creating tools for mathematical modeling for research in their previous design. The main direction of the work is to find ways to solve this problem by having the appropriate model, with which it will be possible to simulate the motion of the vibration installation, to determine the optimal parameters for compaction of the concrete mixes, reducing the energy intensity and metal capacity of its construction.

In the work were performed theoretical studies of the motion of the forming surface of the vibration installation with spatial vibrations, for the calculation of displacements and deformations in its construction. The review and estimation of the methods for calculating the vibration installation according to the theory of plate motion and the method of finite difference. An overview of the equations of motion of a flat plate under the action of sinusoidal loads is performed. The equations that were found can be used to find displacements, deformations in the design, to identify points of reduced vibration efficiency and designing more efficient and energy-saving vibration installations for compaction concrete mixtures.

Key words: vibration installation, compaction, spatial oscillations, plate, forming surface, finite difference method.