

УДК 621.01:621.87

Обґрунтування еквівалентних схем механізмів повороту вантажопідйомних кранів, їх динамічний аналіз та оптимізація у процесах пуску і гальмування

Юрій Човнюк¹, Михайло Діктерука², Іван Кадикало³, Світлана Комоцька⁴

^{1,3}Національний університет біоресурсів і природокористування України
вул. Героїв Оборони, 12в, Київ, Україна, 03041

¹uchovnyuk@ukr.net, orcid.org/0000-0002-0608-0203

³kadykaloivan@nubip.edu.ua, orcid.org/0000-0002-5686-5869

^{2,4}Київський національний університет будівництва і архітектури

Повітрофлотський просп., 31, Київ, Україна, 03680

²dicteruk@ukr.net, orcid.org/0000-0003-1889-0876

⁴svetlanakama@gmail.com, orcid.org/0000-0001-8418-5302

Отримано 15.10.2018; прийнято 12.11.2018

DOI: 10.31493/gbdmm1892.0101

Анотація. При проектуванні та експлуатації механізмів повороту вантажопідйомних кранів зазвичай виникає проблема підвищення енергоефективності їх роботи. Доступні засоби економії енергії у кранових приводах з'явилися порівняно недавно, тому ця проблема знаходилась, як правило, поза межами ґрунтовних наукових досліджень. Постійне зростання вартості енергоресурсів суттєво інтенсифікує дослідження, присвячені зменшенню енергоспоживання при повороті кранів (особливо у перехідних режимах їх функціонування – пуску та гальмування). Якщо режими функціонування механізмів повороту кранів будуть обрані необґрунтовано, то, навіть за сучасного апаратного забезпечення, можуть виникнути суттєві перевитрати енергії у процесах виконання навантажувально-розвантажувальних операцій. Для забезпечення режимів роботи, коли максимально використаний енергоресурс механізму повороту, необхідно оптимізувати його функціонування у перехідних процесах (пуску, гальмування, реверсування). Мета даної роботи полягає у обґрунтуванні еквівалентних схем механізмів повороту вантажопідйомних кранів для їх динамічного аналізу та оптимізації у процесах пуску, різкого гальмування, стопоріння. При цьому пропонується використати відомі методи та підходи класичного варіаційного числення. Проведений динамічний аналіз та оптимізація механізмів повороту кранів у вказаних вище перехідних режимах їх функціонування. Встановлені режими руху елементів механізму повороту кранів, за яких його пружні ланки за-

знають мінімальних навантажень у процесах пуску/гальмування. Визначені також кінематичні параметри рухів приводу механізму повороту, при яких мінімізується сумарний ефективний момент, що створюється двигуном у перехідних режимах функціонування системи. Результати проведеного дослідження можуть бути використані у подальшому при уточненні й вдосконаленні існуючих інженерних методів розрахунку механізмів повороту вантажопідйомних кранів як на стадіях їх проектування/конструювання, так і у режимах реальної експлуатації.

Ключові слова: обґрунтування, еквівалентні схеми, механізм повороту, вантажопідйомний кран, динамічний аналіз, оптимізація, пуск, гальмування, стопоріння.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Однією з найважливіших проблем, які необхідно враховувати при проектуванні та реальній експлуатації механізмів повороту вантажопідйомних кранів, є енергоефективність їх роботи. Ця проблема зазвичай знаходиться поза межами ґрунтовних наукових досліджень, оскільки доступні засоби економії енергії у кранових приводах з'явилися порівняно недавно. Зрозуміло, що при постійному зростанні вартості енергоресурсів інтенсифікуються дослідження щодо зменшення енергоспоживання при

повороті вантажопідійомних кранів (особливо, у періоди їх пуску та гальмування). Необґрунтований вибір режимів функціонування механізмів повороту кранів, навіть за сучасного апаратного забезпечення, може призвести до суттєвих перевитрат енергії при виконанні кранами навантажувальних та розвантажувальних операцій. Максимальне використання ресурсу механізму повороту крана досягається саме за допомогою оптимізації режимів його функціонування у перехідних процесах.

АНАЛІЗ ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ДОСЛІДЖЕННЯ

Динамічному аналізу та оптимізації режимів руху при пуску/гальмуванні механізмів підйому вантажу кранів присвячена велика кількість робіт [1 – 9], проте динамічні та енергетичні процеси у механізмі повороту (при пуску, гальмуванні, стопорінні) є, на думку авторів даного дослідження, недостатньо вивченими. Не повною мірою розроблені можливості забезпечення оптимальних режимів руху механізмів повороту, не обґрунтовані раціональні шляхи щодо підвищення якості керування вказаними механізмами у перехідних процесах. Тому необхідне глибоке і всебічне дослідження динамічних явищ у механізмах повороту кранів з використанням теоретичного підходу.

Мета роботи полягає у обґрунтуванні еквівалентних схем механізмів повороту кранів для їх динамічного аналізу та оптимізації у процесах пуску, різкого гальмування, стопоріння. При цьому пропонується використати відомі методи та підходи класичного варіаційного числення.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО ЗМІСТУ ДОСЛІДЖЕННЯ

1. Математична модель опису процесів пуску і гальмування механізмів обертання кранів.

На Рис.1 наведена еквівалентна схема механізму обертання у процесах пуску й гальмування кранів.

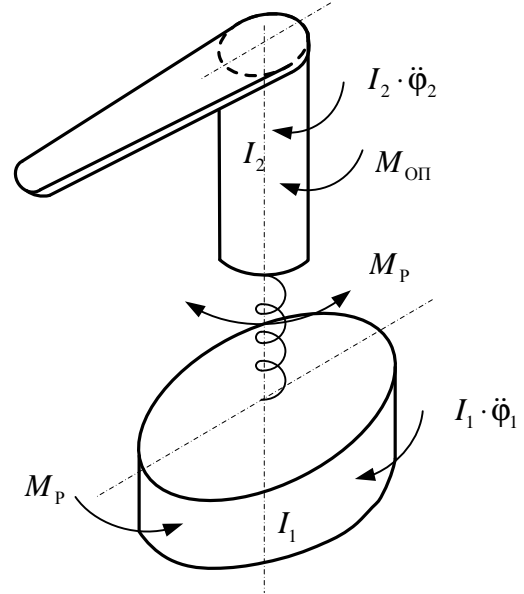


Рис. 1. Еквівалентна схема механізму обертання крана у процесах пуску й гальмування

Fig. 1. Equivalent scheme of the mechanism of wrapping the crane in the processes of braking and braking

На Рис. 1 прийняті наступні позначення: J_1 – зведений момент інерції приводу механізму, J_2 – момент інерції поворотної частини крана; M_p – зведений крутний момент приводу, який дорівнює $M_{\text{надл}} + M_{\text{оп}}$, де $M_{\text{надл}}$ – надлишковий крутний момент приводу; $M_{\text{оп}}$ – момент опору обертання поворотної частини; φ_1 й φ_2 – незалежні кутові переміщення мас приводу й поворотної частини, обумовлені пружною деформацією елементів системи, що обертається; $J_1 \cdot \ddot{\varphi}_1$ й $J_2 \cdot \ddot{\varphi}_2$ – моменти від сил інерції, прикладені до відповідних мас.

Використовуючи принцип Даламбера, матимемо наступні рівняння динаміки для даної системи:

$$\begin{cases} J_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 + c'(\varphi_1 - \varphi_2) = M_{\text{надл}} + M_{\text{оп}}; \\ J_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 - c'(\varphi_1 - \varphi_2) = -M_{\text{оп}}, \end{cases} \quad (1)$$

де c' – крутна жорсткість. Введемо нові змінні $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ та $\ddot{\varphi} = \ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2$. Тоді замість (1) матимемо

$$\ddot{\varphi} + \Omega^2 \cdot \varphi = \frac{M_p}{J_1} + \frac{M_{on}}{J_2},$$

$$\Omega^2 = c' \cdot \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right). \quad (2)$$

З рівняння (2) можна визначити динамічний момент, який діє на поворотну частину системи:

$$M_F(t) = c' \cdot \varphi =$$

$$= c' \left\{ \frac{M_p}{J_1} + \frac{M_{on}}{J_2} - \ddot{\varphi} \right\} \cdot \frac{1}{\Omega^2}. \quad (3)$$

Знайдемо умови, за яких поворотна частина системи здійснює рух, якість котрого відповідає критерію

$$\left\{ \frac{1}{t_{пов}} \cdot \int_0^{t_{пов}} [M_F(t)]^2 dt \right\}^{1/2} \Rightarrow \min, \quad (4)$$

де $t_{пов}$ – тривалість повороту системи.

Умовою, яку необхідно виконати для реалізації критерію (4), є рівняння Ейлера-Пуассона:

$$\ddot{\varphi} = \frac{M_p}{J_1} + \frac{M_{on}}{J_2}. \quad (5)$$

1.1. Розглянемо режим роботи, коли $(M_p, M_{on}) = \text{const}$ і не є функціями часу t .

Розв'язок (5) за нульових початкових умов ($\varphi|_{t=0} = \dot{\varphi}|_{t=0} = 0$) має такий вигляд:

$$\varphi(t) = \left(\frac{M_p}{J_1} + \frac{M_{on}}{J_2} \right) \cdot \frac{t^2}{2}. \quad (6)$$

Тоді для $M_F(t)$ маємо

$$M_F(t) = c' \cdot \left(\frac{M_p}{J_1} + \frac{M_{on}}{J_2} \right) \cdot \frac{t^2}{2}. \quad (7)$$

Разом з тим, розв'язок (2) за нульових початкових умов має наступний вигляд:

$$\bar{\varphi}(t) = \frac{J_2 \cdot M_{налл}}{c'(J_1 + J_2)} (1 - \cos \Omega t) + \frac{M_{он}}{c'}, \quad (8)$$

$$\bar{M}_F(t) = c' \cdot \bar{\varphi}(t).$$

Порівнюючи (7) та (8), можна встановити, що $\bar{M}_F(t)$ змінюється у межах $\left[M_{он}, \frac{2J_2 \cdot M_{налл}}{(J_1 + J_2)} \right]$, тоді як $M_F(t)$ (7) змінюється плавно у межах $[0; M_F^*]$, де

$$M_F^* = c' \left(\frac{M_p}{J_1} + \frac{M_{он}}{J_2} \right) \cdot \frac{t_{пов}^2}{2}.$$

Стрибкоподібні зміни як кута $\bar{\varphi}(t)$, так і $\bar{M}_F(t)$ небажані у реальній експлуатації поворотного механізму крана.

Значення $\bar{M}_F(t) = M_{он}$ виникають у моменти часу

$$\cos(\Omega t_i^*) = 1 \Leftrightarrow \Omega t_i^* = 2k\pi,$$

$$k = 1, 2, 3, \dots \Leftrightarrow t_i^* = \frac{(\pi + 2j\pi)}{\Omega}, i = k. \quad (9)$$

Максимальних значень $\bar{M}_F(t)$ набуває у моменти часу

$$\cos(\Omega t_j^*) = -1 \Leftrightarrow \Omega t_j^* = \pi + 2j\pi,$$

$$j = 0, 1, 2, 3, \dots \Leftrightarrow t_j^* = \frac{(\pi + 2j\pi)}{\Omega}. \quad (10)$$

За умови $(t_i^*, t_j^*) < t_{пов}$ виникають небажані стрибкоподібні зміни крутного моменту $M_F(t)$, які призводять до перевантажень пружної ланки механізму повороту.

У випадку, коли M_p є функцією часу t , згідно рівняння Клосса розв'язок (5) за нульових початкових умов можна отримати чисельно за допомогою ПЕОМ.

1.2. Розглянемо процес робочого гальмування механізму повороту крана за умов $(M_r, M_{он}) = \text{const}$.

Вищевведене позначення M_r – гальмівний момент, спрямований у бік моменту опору $M_{он}$. Кут скрутки пружного ланцюга позначимо $\varphi = -(\varphi_2 - \varphi_1)$ (див. Рис. 1).

Диференціальні рівняння руху такої системи:

$$\begin{cases} J_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 - c' \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) = -M_r, \\ J_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 + c' \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) = -M_{оп}. \end{cases} \quad (11)$$

Після нескладних перетворень (11) матимемо

$$\ddot{\varphi} + \Omega^2 \cdot \varphi = \frac{M_r}{J_1} - \frac{M_{оп}}{J_2}. \quad (12)$$

Проводячи процедуру, аналогічну зазначеній вище, матимемо для виконання якісного гальмування (без перевантажень) поворотної системи крана протягом часу t_r :

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \left(\frac{M_r}{J_1} - \frac{M_{оп}}{J_2} \right) \cdot \frac{t^2}{2}, \quad M_F^{(гальм)} = \\ &= c' \varphi(t) = c' \left\{ \frac{M_r}{J_1} - \frac{M_{оп}}{J_2} \right\} \frac{t^2}{2}. \end{aligned} \quad (13)$$

Зазначимо також характер зміни у часі $k_{дин}^{(розг)}(t)$ й $k_{дин}^{(гальм)}(t)$, тобто коефіцієнтів динамічності при розгоні й гальмуванні поворотної системи крана у тому випадку, коли не прийняті заходи щодо усунення небажаних коливань поворотної системи (Рис. 2 та Рис. 3)

Графік (див. Рис. 3) побудований з урахуванням напрямку гальмівного моменту M_r й прийнятого значення кута скрутки пружного ланцюга.

Кутове прискорення поворотної системи крана для закону (6) має наступний вигляд:

$$\varepsilon^{(пуск)} = \left(\frac{M_p}{J_1} + \frac{M_{оп}}{J_2} \right), \quad (14)$$

а для випадку гальмування за законом руху (13):

$$\varepsilon^{(гальм)} = \left(\frac{M_r}{J_1} - \frac{M_{оп}}{J_2} \right). \quad (15)$$

1.3. Оптимізація режиму пуску двигуна приводу механізму повороту крана.

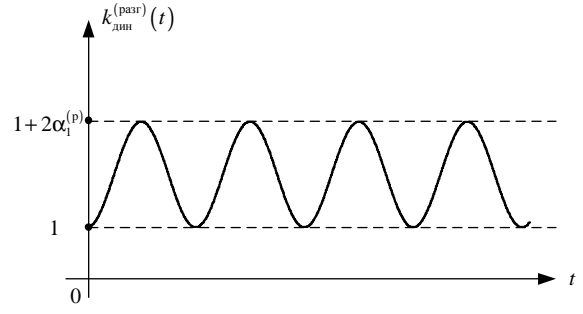


Рис. 2. Залежність $k_{дин}^{(розг)}(t)$:

$$\alpha_1^{(p)} = \frac{J_2}{(J_1 + J_2)} \cdot \left\{ \frac{M_p}{M_{оп}} - 1 \right\}$$

Fig. 2. Dependence $k_{дин}^{(розг)}(t)$:

$$\alpha_1^{(p)} = \frac{J_2}{(J_1 + J_2)} \cdot \left\{ \frac{M_p}{M_{оп}} - 1 \right\}$$

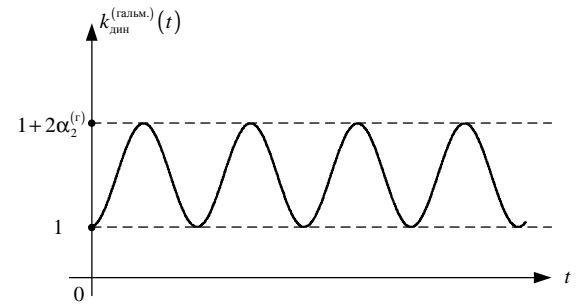


Рис. 3. Залежність $k_{дин}^{(гальм)}(t)$:

$$\alpha_1^{(r)} = \frac{J_2}{(J_1 + J_2)} \cdot \left\{ \frac{M_r}{M_{оп}} + 1 \right\}$$

Fig. 3. Dependence $k_{дин}^{(гальм)}(t)$:

$$\alpha_1^{(r)} = \frac{J_2}{(J_1 + J_2)} \cdot \left\{ \frac{M_r}{M_{оп}} + 1 \right\}$$

Для механізмів обертання/повороту місцем зведення обираємо вал двигуна, тобто елемент, відносно котрого обертається поворотна частина крана. Перехідні процеси (пуску/гальмування) у розглядуваній системі при цьому описуються наступним рівнянням:

$$\begin{aligned} J_d \cdot \frac{d\omega}{dt} &= M_{еф}(\omega) = \\ &= M_{п.д}(\omega) - M_{оп.д.}(\omega), \end{aligned} \quad (16)$$

де J_d – сумарний момент інерції двигуна, зведений до його вала, $M_{\text{еф}}$ – ефективний крутний момент на валу двигуна, $M_{\text{п.д}}$ – пусковий крутний момент на валу двигуна, $M_{\text{оп.д}}^{(\text{дин})}$ – динамічний крутний момент опору на валу двигуна, ω – миттєва частота обертання вала двигуна, $\omega = \omega(t)$.

Нехай $\psi(t)$ є миттєвим кутом обертання вала двигуна. Тоді (16) можна подати у вигляді

$$\begin{aligned} J_d \cdot \frac{d^2\psi}{dt^2} &= M_{\text{еф}} \left(\frac{d\psi}{dt} \right) = \\ &= M_{\text{п.д}} \left(\frac{d\psi}{dt} \right) - M_{\text{оп.д}}^{(\text{дин})} \left(\frac{d\psi}{dt} \right). \end{aligned} \quad (17)$$

Встановимо, при яких умовах роботи $M_{\text{еф}}(\omega) \equiv M_{\text{еф}}(t)$ приймає мінімальне середньоквадратичне значення у процесі розгону двигуна, який триває t_p . З'ясуємо, за яких умов і для яких законів руху $\psi(t)$ виконується критерій якості руху вала двигуна.

$$\left\{ \frac{1}{t_p} \cdot \int_0^{t_p} [M_{\text{еф}}(t)]^2 dt \right\}^{1/2} \Rightarrow \min. \quad (18)$$

З урахуванням (17) критерій якості руху (18) реалізуються за наступної умови (рівняння Ейлера-Пуассона):

$$\psi^{(IV)}(t) = 0. \quad (19)$$

Розв'язок (19) шукаємо у вигляді сплайна по t третього порядку:

$$\psi(t) = A_0 + A_1 \cdot t + A_2 \cdot t^2 + A_3 \cdot t^3, \quad (20)$$

де константи A_i , $i = 0, 1, 2, 3$ знаходимо з наступних умов:

$$\begin{aligned} \psi|_{t=0} &= 0, \quad \dot{\psi}|_{t=0} = 0, \\ \dot{\psi}|_{t=t_p} &= \omega_{\text{уст.}}, \quad \ddot{\psi}|_{t=t_p} = 0, \end{aligned} \quad (21)$$

де $\omega_{\text{уст.}}$ – усталена швидкість обертання вала двигуна механізму повороту крана. При цьому закони $\varphi(t)$, $\omega(t)$ приймають наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \psi(t) &= \psi_{\text{opt}}(t) = \frac{\omega_{\text{уст.}}}{t_p} \cdot t^2 - \frac{\omega_{\text{уст.}}}{3t_p^2} \cdot t^3; \\ \omega(t) &= \frac{2\omega_{\text{уст.}}}{t_p} \cdot t - \frac{\omega_{\text{уст.}}}{t_p^2} \cdot t^2. \end{aligned} \quad (22)$$

Встановимо далі момент часу, коли у системі поворотного механізму виникає резонанс $\omega = \Omega$. Матимемо

$$\omega|_{t=t^*} = \Omega, \quad (23)$$

де t^* – момент часу, коли виникає резонанс у системі «механізм повороту крана – двигун» ($t^* < t_p$).

$$t^* = t_p \cdot \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{\Omega}{\omega_{\text{уст.}}}} \right\}. \quad (24)$$

Оскільки $\Omega \ll \omega_{\text{уст.}}$, то маємо з (24)

$$t^* \approx t_p \cdot \frac{\Omega}{2 \cdot \omega_{\text{уст.}}}. \quad (25)$$

1.4. Оптимізація режиму пуску поворотної системи крана, за якої мінімізується коефіцієнт динамічного пружного ланцюга.

Розглянемо модель системи, у якій крім навантажуючих сил діють ще так звані дисипативні сили, обумовлені внутрішнім тертям у матеріалі пружного ланцюга. При розрахунках з деяким припущенням можна прийняти, що демпфіруючий опір R_r пропорційний швидкості деформації пружного ланцюга механізму повороту крана, тобто $R_r = \beta_r \dot{\phi} = \beta_r (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2)$, де β_r – коефіцієнт пропорційності, який зазвичай називають також коефіцієнтом демпфірування. Тоді, наприклад, рівняння (2) для аналізу процесів пуску механізму повороту крана можна подати наступним чином:

$$\ddot{\phi} + \tilde{\beta}_r \cdot \dot{\phi} + \Omega^2 \phi = \left(\frac{M_p}{J_1} + \frac{M_{оп}}{J_2} \right), \quad (26)$$

$$\tilde{\beta}_r = \beta_r \cdot \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right).$$

Далі розглянемо випадок пуску механізму повороту, за якого $(M_p, M_{оп}) = \text{const}$ й не залежать від t .

Використовуючи (26), можна показати, що коефіцієнт динамічності пружного ланцюга механізму повороту крана набуває вигляду

$$k_{\text{дин.}}(t) = \frac{\left[\left(\frac{M_p}{J_1} + \frac{M_{оп}}{J_2} \right) - \ddot{\phi} - \tilde{\beta}_r \dot{\phi} \right] \frac{1}{\Omega^2} c'}{\left(\frac{M_p}{J_1} + \frac{M_{оп}}{J_2} \right) \frac{1}{\tilde{\Omega}^2} c'} =$$

$$= \frac{\left[\left(\frac{M_p}{J_1} + \frac{M_{оп}}{J_2} \right) - \ddot{\phi} - \tilde{\beta}_r \dot{\phi} \right] \cdot \tilde{\Omega}^2}{\left(\frac{M_p}{J_1} + \frac{M_{оп}}{J_2} \right) \cdot \Omega^2}, \quad (27)$$

$$\text{де } \tilde{\Omega}^2 = \Omega^2 - \frac{\tilde{\beta}_r^2}{4}.$$

Подано $k_{\text{дин.}}(t)$ у більш зручному вигляді:

$$k_{\text{дин.}}(t) = \left(\frac{\tilde{\Omega}}{\Omega} \right)^2 \left\{ 1 - \frac{\ddot{\phi} + \tilde{\beta}_r \dot{\phi}}{\left(\frac{M_p}{J_1} + \frac{M_{оп}}{J_2} \right)} \right\}. \quad (28)$$

З'ясуємо, за якої умови виконується наступний критерій якості руху системи:

$$\left\{ \frac{1}{t_{\text{пов.}}} \int_0^{t_{\text{пов.}}} \{k_{\text{дин.}}(t)\}^2 dt \right\}^{1/2} \Rightarrow \min. \quad (29)$$

Рівняння Ейлера-Пуассона для критерію (29) має такий вигляд:

$$\ddot{\phi} + \tilde{\beta}_r \cdot \dot{\phi} = \frac{M_p}{J_1} + \frac{M_{оп}}{J_2}. \quad (30)$$

Загальний розв'язок (30) має наступний вигляд:

$$\phi(t) = c_1 + c_2 \cdot \exp(-\tilde{\beta}_r \cdot t) + \left(\frac{M_p}{J_1} + \frac{M_{оп}}{J_2} \right) \cdot \frac{1}{\tilde{\beta}_r} \cdot t. \quad (31)$$

Для нульових початкових умов $(\phi|_{t=0} = \dot{\phi}|_{t=0} = 0)$ маємо

$$c_2 = \left(\frac{M_p}{J_1} + \frac{M_{оп}}{J_2} \right) \cdot \frac{1}{\tilde{\beta}_r^2}, \quad c_1 = -c_2. \quad (32)$$

Остаточно закон руху $\phi(t)$ (31) приймає вигляд

$$\phi(t) = \frac{1}{(\tilde{\beta}_r)} \cdot \left(\frac{M_p}{J_1} + \frac{M_{оп}}{J_2} \right) \cdot \left\{ t + \frac{1}{\tilde{\beta}_r} \cdot (\exp[-\tilde{\beta}_r t] - 1) \right\}. \quad (33)$$

Введемо змінну

$$\bar{\varphi}(t) = \frac{\phi(t)}{\left\{ \frac{1}{\tilde{\beta}_r} \cdot \left(\frac{M_p}{J_1} + \frac{M_{оп}}{J_2} \right) \right\}}.$$

Тоді залежність $\bar{\varphi}(t)$ можна представити графіком (Рис. 4).

При $t \gg \frac{1}{\tilde{\beta}_r}$ залежність $\phi(t)$ (33) приймає вигляд

$$\phi(t) = \frac{1}{(\tilde{\beta}_r)} \cdot \left(\frac{M_p}{J_1} + \frac{M_{оп}}{J_2} \right) \cdot (t). \quad (34)$$

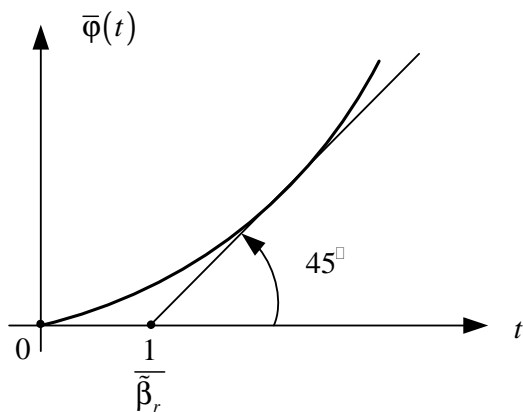


Рис. 4. Залежність $\bar{\varphi}(t)$

Fig. 4. Dependence $\bar{\varphi}(t)$

2. Еквівалентна схема для розрахунку динамічних навантажень, виникаючих при стопорінні механізмів повороту кранів.

Цю схему можна подати у вигляді одномасової систем з закріпленим пружним ланцюгом (Рис. 5).

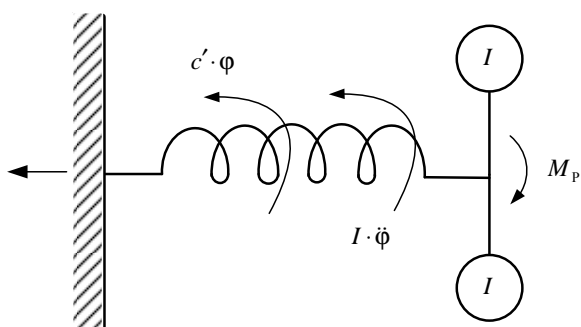


Рис. 5. Еквівалентна схема механізму обертання (повороту) крана при стопорінні

Fig. 5. Equivalent scheme of the mechanism of wrapped-nya (turn) of the crane at stopping

Застосовуючи принцип Даламбера, неважно впевнитись, що рух такої системи описується диференціальним рівнянням

$$J \cdot \ddot{\varphi} + c' \cdot \varphi = M_p, \quad (35)$$

де J – сумарний зведений до осі обертання момент інерції системи.

Рівняння (35) можна подати у наступному вигляді:

$$\ddot{\varphi} + k^2 \cdot \varphi = M_p / J, \quad (36)$$

де $k^2 = c' / J$. Вважатимемо у подальшому, що $M_p = \text{const}$ й не залежить від часу (t).

Проінтегруємо (36) для початкових умов

$$\varphi|_{t=0} = M_p / c', \quad \dot{\varphi}|_{t=0} = \omega. \quad (37)$$

Матимемо розв'язок (36) наступного вигляду:

$$\varphi(t) = \frac{\omega}{k} \cdot \sin kt + \frac{M_p}{c'}. \quad (38)$$

Відповідне динамічне навантаження (момент від сил пружності) визначається як добуток пружної деформації φ механізму на його кутову жорсткість c' :

$$M_F = \frac{c' \cdot \omega}{k} \sin kt + M_p \Leftrightarrow \Leftrightarrow M_F = \omega \cdot \sqrt{c' \cdot J} \sin kt + M_p \quad (39)$$

Максимальне динамічне навантаження

$$M_{F \max} = \omega \cdot \sqrt{c' \cdot J} + M_p. \quad (40)$$

виникає у момент часу

$$\sin(kt) = 1 \Leftrightarrow kt_n = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{2} + n\pi, \quad (41)$$

$$n \in N.$$

З (41) маємо

$$t_n = \frac{1}{k} \cdot \left\{ (-1)^n \cdot \frac{\pi}{2} + n\pi \right\}, n \in N. \quad (42)$$

Мінімальне динамічне навантаження складає

$$M_{F \min} = -\omega \cdot \sqrt{c' \cdot J} + M_p, \quad (43)$$

яке з'являється у механізмі повороту крана у моменти часу t :

$$\begin{aligned} \sin(kt) = -1 &\Leftrightarrow kt_n = \\ &= (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{2} + n\pi, \quad n \in N. \end{aligned} \quad (44)$$

З (44) маємо

$$t_n = \frac{1}{k} \cdot \left\{ (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{2} + n\pi \right\}, \quad n \in N. \quad (45)$$

Графік залежності $M_F(t)$ наведений на Рис. 6. Зрозуміло, що коливання $M_F(t)$ відносно рівня $M_F = M_p$ небажані, тому слід уникати таких коливань.

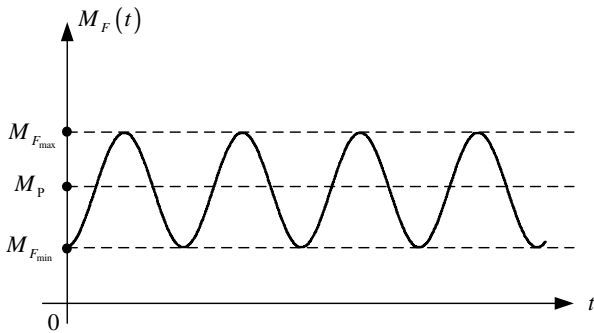


Рис. 6. Залежність $M_F(t)$

Fig. 6. Dependence $M_F(t)$

У подальшому у (35) – (45) під J розуміємо сумарний зведений момент інерції усіх рухомих частин приводу, розміщених між двигуном й виконавчим органом; M_p – момент, який створює безпосередньо двигун.

З'ясуємо, за яких умов виконується наступний критерій якості гальмівного руху (протягом часу $t_{\text{гальм.}}$) механізму повороту при його стопорінні:

$$\left\{ \frac{1}{t_{\text{гальм.}}} \cdot \int_0^{t_{\text{гальм.}}} [k_{\text{дин}}^{(\text{гальм.})}(t)]^2 dt \right\}^{1/2} \Rightarrow \min, \quad (46)$$

де $k_{\text{дин}}^{(\text{гальм.})}(t)$ – коефіцієнт динамічності при стопорінні механізму повороту крана. З рівняння (35) маємо

$$k_{\text{дин}}^{(\text{гальм.})}(t) = \frac{\left(\frac{M_p}{J} - \ddot{\phi} \right)}{\left(\frac{M_p}{J \cdot k^2} \right)} = \frac{c' \cdot \phi(t)}{c' \cdot \left(\frac{M_p}{J \cdot k^2} \right)}. \quad (47)$$

Критерій (46) набуває наступного вигляду:

$$\left\{ \frac{1}{t_{\text{гальм.}}} \cdot \int_0^{t_{\text{гальм.}}} \left[\frac{\left(\frac{M_p}{J} - \ddot{\phi} \right)^2}{\left(\frac{M_p}{J \cdot k^2} \right)} \right] dt \right\}^{1/2}. \quad (48)$$

Необхідною умовою реалізації критерію (48) є рівняння Ейлера-Пуассона вигляду

$$\ddot{\phi} = M_p / J. \quad (49)$$

Розв'язком (49) за початкових умов (37) є

$$\phi(t) = \frac{M_p \cdot t^2}{2J} + \omega t + \frac{M_p}{c'}. \quad (50)$$

Коефіцієнт динамічності у пружній ланці механізму повороту крана при врахуванні (47) має наступний вигляд:

$$k_{\text{дин}}^{(\text{гальм.})}(t) = \frac{Jk^2}{M} \cdot \left\{ \frac{M t^2}{2J} + \omega t + \frac{M}{c'} \right\}, \quad (51)$$

$$t \in [0, t_{\text{гальм.}}].$$

Інакше залежність (51) можна представити наступним чином:

$$k_{\text{дин}}^{(\text{гальм.})}(t) = \frac{k^2 t^2}{2} + \frac{Jk^2 \cdot \omega \cdot t}{M_p} + \frac{Jk^2}{c'}. \quad (52)$$

Отже, за закону руху $\phi(t)$ при стопорінні механізму повороту крана відсутні коливання коефіцієнта динамічності $k_{\text{дин}}^{(\text{гальм.})}(t)$ й

останні монотонно зростають від значення $\frac{J \cdot k^2}{c'}$ до $k_{\text{дин}}^{(\text{гальм.})}(t)|_{t=t_{\text{гальм}}}$, який є його максимумом (Рис. 7).

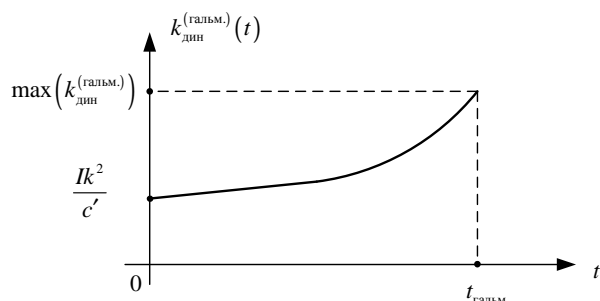


Рис. 7. Залежність $k_{\text{дин}}^{(\text{гальм.})}(t)$ при $\varphi(t)$ (50): $t \in [0, t_{\text{гальм}}]$

Fig. 7. Dependence $k_{\text{дин}}^{(\text{гальм.})}(t)$ at $\varphi(t)$ (50): $t \in [0, t_{\text{гальм}}]$

$$\begin{aligned} k_{\text{дин}}^{(\text{гальм.})}(t)|_{t=t_{\text{гальм}}} &= \max(k_{\text{дин}}^{(\text{гальм.})}) = \\ &= \frac{k^2 t_{\text{гальм}}^2}{2} + \frac{Jk^2 \omega t_{\text{гальм}}}{M_p} + \frac{Jk^2}{c'}. \end{aligned} \quad (53)$$

Якщо у приводі встановлена запобіжна муфта, то при її спрацьовуванні наведені вище залежності залишаються такими ж, але значення J при цьому дорівнюватиме сумарному зведеному моменту інерції тільки елементів приводу, котрі розміщені між веденою частиною муфти й виконавчим механізмом. При цьому значення M_p дорівнює моменту, за якого муфта проковзує.

3. Еквівалентна схема для визначення динамічних навантажень при різкому гальмуванні механізму підйому вантажу кранів.

На Рис. 8 зображена еквівалентна схема механізму обертання крана при різкому гальмуванні механізму підйому вантажу.

На Рис. 8 застосовані такі позначення: m_0 – маса, яка рухається поступально; G_0 – сила ваги вантажу; g – прискорення вільного падіння; F – динамічна сила; $m_0 \cdot \ddot{Y}$ – сила інерції; c_0 – пружність пружної ланки механізму.

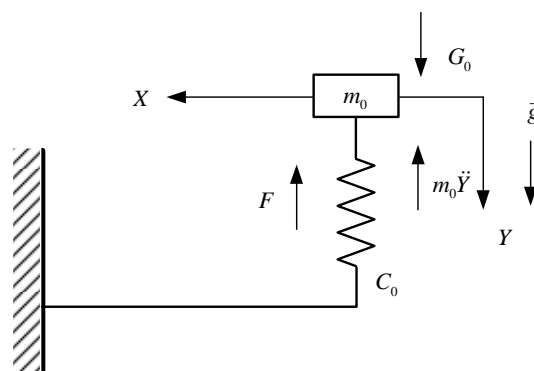


Рис. 8. Еквівалентна схема механізму обертання крана при різкому гальмуванні процесу підйому вантажу

Fig. 8. Equivalent scheme of the mechanism of the wrapping of the crane with a sharp deceleration of the process of lifting the cargo

При поступальному русі маси m_0 статичне навантаження дорівнює силі ваги G_0 , а динамічна сила F визначається за формулою

$$F = \frac{c_0 \cdot v}{\beta} \cdot \sin \beta t + G_0, \quad (54)$$

де $\beta = \sqrt{\frac{c_0}{m_0}}$; v – швидкість (нормативна) підйому вантажу.

ВИСНОВКИ

1. Обґрунтовані еквівалентні схеми механізму повороту вантажопідйомних кранів у процесах пуску та гальмування, при стопорінні та при різкому гальмуванні.

2. Встановлені закони руху вказаного механізму, які мінімізують навантаження у пружних ланцюгах й пусковий момент.

3. Результати дослідження можуть бути використані у подальшому при уточненні й вдосконаленні існуючих інженерних методів розрахунку механізмів повороту вантажопідйомних кранів як на стадіях їх проектування/конструювання, так і у режимах реальної експлуатації.

ЛІТЕРАТУРА

1. **Комаров М.С.** Динамика машин и механизмов / М. С. Комаров. – М.: Машиностроение, 1969. – 296 с.
2. **Холодов А.М.** Основы динамики землеройно-транспортных машин / А. М. Холодов. – М.: Машиностроение, 1968. – 156 с.
3. **Гоберман Л.А.** Теория, конструкция и расчет строительных и дорожных машин / Л.А. Гоберман, К.В. Степанян, А.А. Яркин, В.С. Зеленский. – М.: Машиностроение, 1979. – 407 с.
4. **Лобов Н.А.** Динамика грузоподъемных кранов / Н.А. Лобов. – М.: Машиностроение, 1987. – 160 с.
5. **Ловейкін В.С.** Динамічна оптимізація підйомних машин / В.С. Ловейкін, А.П. Нестеров. – Х.: ХДАДТУ, 2002. – 285 с.
6. **Ловейкін В.С.** Оптимізація перехідних режимів руху механічних систем прямим варіаційним методом / В.С. Ловейкін, Ю.О. Ромасевич. – Ніжин: Видавець ПП Лисенко М.М., 2010. – 184 с.
7. **Ловейкін В.С.** Аналіз та синтез режимів руху механізмів вантажопідйомних машин / В.С. Ловейкін, Ю.О. Ромасевич. – К.: ЦП «КОМПРИНТ», 2012. – 298 с.
8. **Ловейкін В.С.** Динамічна оптимізація механізму підйому вантажу мостових кранів / В.С. Ловейкін, Ю.О. Ромасевич. – К.: ЦП «КОМПРИНТ», 2015. – 197 с.
9. **Mishchuk D.** Research of the manipulator dynamics installed on an elastic basis / D. Mishchuk // Підводні технології, – 2018. – С. 54-56
10. [Dynamic optimization of machines]. Kharkiv, HDADTU Publ., 285. (in Ukrainian).
6. **Lovejkin V.S., Romasevich Yu.A., 2010.** Optimizacija perehidnih rezhimiv ruhu mehanichnih sistem prjamim variacijnim metodom. [Optimization of transient modes of motion of mechanical systems by direct variation method]. Nizhin, 184. (in Ukrainian).
7. **Lovejkin V.S., Romasevich Yu.A., 2012.** Analiz ta sintez rezhimiv ruhu mehanizmv vantazhopidjomnih mashin [Analysis and synthesis of modes of movement of mechanisms of load-lifting machines]. Kyiv, CP KOMPRINT Publ., 298. (in Ukrainian).
8. **Lovejkin V.S., Romasevich Yu.A., 2015.** Dinamichna optimizacija mehanizmu pidjomu vantazhu mostovih kraniv [Dynamic optimization of the lifting mechanism for bridge cranes]. Kyiv, CP KOMPRINT Publ., 197 (in Ukrainian).
9. **Mishchuk D., 2018.** Research of the manipulator dynamics installed on an elastic basis. Underwater Technologies, 54-56.

Substantiation of equivalent circuits of rotation mechanisms of load-lifting cranes, their dynamic analysis and optimization during the processes of starting and braking

Yuriy Chovnyuk, Michail Dikterjuk, Svetlana Komotskaya, Ivan Kadikalo

Abstract. When designing and actually operating the mechanisms of rotation of load-lifting cranes, there is usually a problem of increasing the energy efficiency of their operation. The available energy saving tools in crane drives appeared relatively recently, so the above problem was, as a rule, beyond the scope of sound scientific research. The constant increase in the cost of energy resources significantly intensifies research on reducing energy consumption when turning cranes (especially in the transitional modes of their operation, namely starting and inhibition). If the modes of operation of the crane turning mechanisms will be chosen unreasonably, in spite of the modern hardware, there may be significant over-utilization of energy in the processes of loading cranes. In order to achieve the situation when the maximum energy is used for the mechanism of rotation of the crane, it is necessary to optimize the modes of its operation in the transient processes (start, braking, reversal). The purpose of this work is to substantiate equivalent circuits of mechanisms of rotation of load-lifting cranes for their dynamic analysis and optimization in the processes of starting, (sharp

REFERENCES

1. **Komarov M.S., 1969.** Dinamika mashin i mehanizmov. [Dynamics of machines and mechanisms]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 296. (in Russian).
2. **Holodov A.M., 1968.** Osnovy dinamiki zemlerojno-transportnyh mashin [The fundamentals of the dynamics of earthmoving machinery]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 156. (in Russian).
3. **Goberman L.A., 1979.** Teorija, konstrukcija i raschet stroitelnyh i dorozhnyh mashin. [Theory, design and calculation of construction and road machinery]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 407. (in Russian).
4. **Lobov N.A., 1987.** Dinamika gruzopodemnyh kranov. [Dynamics of cranes]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 160. (in Russian).
5. **Lovejkin V.S., Nesterov A.P., 2002.** Dinamichna optimizacija pidjomnih mashin.

braking, stopping. It is proposed to use known methods and approaches of the classical variation calculus. Dynamic analysis and optimization of mechanisms of rotation of load-lifting cranes in the above-mentioned transitional modes of their functioning are carried out. Established modes of movement of the elements of the mechanism of rotation of cranes, in which its elastic links undergo minimal loads in the processes of start / stop. The kinematic parameters of the drive mechanisms of the turning mechanism are also determined,

which minimizes the total effective moment generated by the engine in the transitional operating modes of the system. The results of the conducted research can be used in the further refinement and improvement of existing engineering methods of calculation of mechanisms of rotation of load-lifting cranes both at the stages of their design / construction, and in real-life operation.

Key words: substantiation, equivalent circuits, rotation mechanism, load-lifting crane, dynamic analysis, optimization, starting, braking, stopping.