

Визначення динамічних навантажень в механізмі підймання кранів

Володимир Волянук¹, Євгеній Горбатюк², Дмитро Міщук³

^{1,2,3}Київський національний університет будівництва і архітектури,
Повітрофлотський проспект 31, Київ, Україна, 03037

¹volian535@ukr.net, <https://orcid.org/0000-0002-6852-9037>,

²gek_gor@i.ua, <https://orcid.org/0000-0002-8148-5323>,

³mischuk.do@knuba.edu.ua, <https://orcid.org/0000-0002-8263-9400>

Received: 10.05.2022; Accepted: 25.05.2022

<https://doi.org/10.32347/gbdmm.2022.100.0201>

Анотація. Навантажувально-розвантажувальні роботи є невід’ємною складовою технологічного процесу будівництва. Для виконання цих робіт здебільшого застосовують крани різних типів.

Для забезпечення безаварійної роботи і підвищення надійності кранів при розрахунках конструкцій і комплектуючих елементів їх робочого обладнання важливо враховувати динамічні навантаження, які в декілька разів перевищують статичні навантаження.

Елементами динамічних навантажень механізму підймання вантажу кранів є його пружні складові – канати і вали, які деформуються під дією навантажень. Величина цієї деформації елементів враховуються коефіцієнтами пружності або податливості, лінійними та крутними чи їх зворотною величиною – коефіцієнтами жорсткості. Ці коефіцієнти залежать, відповідно, від лінійної або кутової деформацій.

У зв’язку з тим, що механізм підймання вантажу складається з великої кількості пружних елементів, складання і розв’язання рівнянь для визначення цих коефіцієнтів становиться складним завданням. З метою спрощення рівнянь і цих розрахунків в роботі рекомендована приведена схема розрахунків за якою решта всіх елементів механізму приводяться до його першого елемента – двигуна. Це дозволяє значно спростити рівняння для розв’язання та визначати величини коефіцієнтів пружності або жорсткості елементів динамічних навантажень механізму підймання вантажу кранів.

За аналогічною приведеною схемою визначається також моменти інерції механізму підймання вантажу в періоди розгону та гальмування та складові величини, які на них впливають. Виведені рівняння для визначення термі-

нів перехідних процесів механізму підймання вантажу (тривалостей розгону та гальмування).

Наведена в роботі, методика визначення коефіцієнтів пружності та жорсткості елементів динамічних навантажень, моментів інерції, тривалостей розгону та гальмування механізму підймання вантажу, дозволяє значно спростити розв’язання складних рівнянь і з достатньою точністю визначати їх величини.

Ключові слова: кран, механізм, показник, елемент, навантаження, момент.

ВСТУП

Крани, як вантажопідіймальні машини, широко застосовуються в будівництві для переміщення вантажів і монтажу конструкцій.

Науково-технічний прогрес, що відбувається у всіх країнах світу, постійно вимагає підвищення продуктивності, вантажопідіймальності і збільшення робочих швидкостей вантажопідіймальних машин, що приводить до зменшення перехідних процесів, тобто до зменшення часу розгону і гальмування машин. Все це веде до збільшення напруженості роботи вантажопідіймальної машини, викликає додаткові зусилля на всі елементи машини, що одержали в техніці назву – зовнішні динамічні навантаження.

З іншої сторони, будь-яка машина має структурні особливості своєї кінематики, відхилення в розмірах окремих деталей в межах встановленого допуску, зазору в зубчатих передачах і муфтах, деформованість системи – все це в процесі роботи машини

породжує коливальні процеси в трансмісії машини і відноситься до явищ внутрішньої динаміки машини.

Для безпечної роботи кранів важливо, при розрахунку їх конструкцій і підборі комплектуючих елементів, враховувати величину діючих всіх видів динамічних навантажень.

МЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ

Розробка методики визначення динамічних навантажень в механізмі підймання вантажу кранів при його несталому русі із застосуванням приведених розрахункових схем з метою спрощення складних розрахунків.

АНАЛІЗ ПОПЕРЕДНІХ ДОСЛІДЖЕНЬ

М. М. Гохберг у власних роботах дослідив випадки найбільшого навантаження механізму підймання вантажу при підйомі вантажу з основи та при гальмуванні механізму під час опускання вантажу [1]. Для обох випадків швидкість канатного барабану прийнята постійною. Дослідження проведені для двомасової динамічної моделі. Також дослідник провів порівняння декількох розрахункових методик визначення динамічного коефіцієнту деформації гнучкого підвісу вантажу.

М. А. Лобов у своїх роботах розробив методику розрахунку максимальних навантажень елементів крана в режимі підйому вантажу з основи [2]. У роботі [2] автор аналізує причини розбігу теоретичних та експериментальних результатів досліджень механізму підйому вантажу. Крім того, автор наводить рекомендації для зниження рівня динамічних навантажень в механізмі підйому вантажу.

У роботі [3] В. С. Ловейкіним, Ю. В. Човнюком, М. Д. Діктеруком та С. І. Пастушенко були поставлені та розв'язані задачі динамічного аналізу та синтезу режимів руху механізму підйому вантажу. У цій роботі використані системи із зосередженими та розподіленими параметрами (крановий міст, канат). Результати досліджень проілюстровані графічними залежностями.

С. А. Казаком у власних дослідженнях проведено детальні розрахунки механізму підйому вантажу: показано вплив змінного зусилля приводу на величину динамічних навантажень, а також залежність натягу канату від його довжини. Детально досліджено випадок впливу стрибкоподібної зміни жорсткості механічної характеристики електроприводу на величину динамічних навантажень [4].

В. Ф. Гайдамака дослідив динамічні зусилля, які виникають у механізмі підйому вантажу при умові, що швидкість набігання канату на барабан в довідливій стадії руху вантажу є постійною, а у післявідливій постійним є приводне зусилля [5]. Механізм підйому вантажу представлений у вигляді двомасової динамічної моделі, а для моделювання режиму посадки вантажу, автор використовує кусочно-постійну функцію зміни гальмівного зусилля

В статті [6] проведений аналіз динамічних навантажень у нелінійно-пружних елементах механізму підйому вантажу мостових кранів на стадії їх пуску, що є узагальненням лінійного варіанту моделі (механізму підйому крана), де використана двомасова динамічна модель з лінійно-пружним канатом.

В статтях [7, 8] наведено залежності для визначення інерційних навантажень в механізмах самохідних кранів при підйманні (опусканні) вантажу, повороту стріли з вантажем, підймання (опускання) стріли та сполучень цих рухів.

У роботі [9] досліджується динамічна реакція баштових кранів у поєднанні з маятниковими рухами корисного вантажу. Для спрощення основного рівняння застосовано просту схему збурень і припущення про малий кут маятника. Інтегровані керуючі рівняння виведені на основі рівнянь Лагранжа.

У роботах [10, 11] розглянуті динамічні навантаження при поворотному русі баштового крана з вантажем, який викликає просторовий рух маятника. Для цього були сформульовані нелінійні математичні моделі коливання вантажу під час поворотного руху, враховано нелінійність руху, по-

гойдування при великих кутах і нелінійність передачі потужності.

У роботі [12] розглядається мостовий кран, змодельований у вигляді точкової маси. Корисний вантаж точкової маси прикріплюється до каретки за допомогою безмасової балки і переміщується як у площині, так і поза площиною. Досліджено вплив руху маятника, довжини маятника та маси корисного вантажу на рух маятника.

У роботі [13] запропоновано метод точного інтегрування для розрахунку динамічних навантажень системи. Цей метод має переваги високої точності і займає менше обчислювального часу, є простим і ефективним для аналізу динамічних характеристик кранової системи.

У всіх наведених роботах і публікаціях не застосовується метод визначення показників динамічних навантажень із застосуванням приведених схем.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Будь-який механізм або будь-яка машина (Рис. 1) має елементи або вузли, масивні або жорсткі тіла, які в перебігу перехідного процесу переміщуються як одне ціле. Такі елементи можна вважати абсолютно жорсткими тілами, а всю їхню масу можна зосередити в точці співпадаючої з центром ваги цього елемента або вузла.

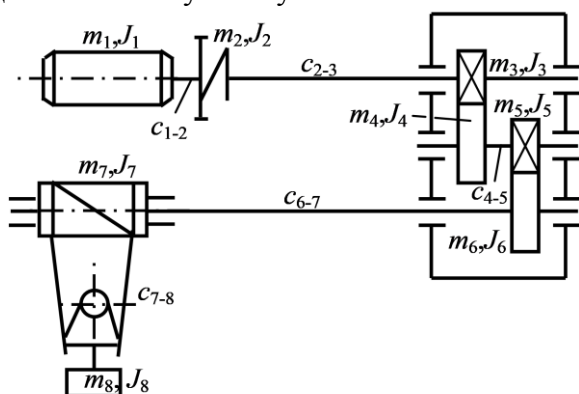


Рис. 1. Елементи динамічних навантажень механізму підймання вантажу

Fig. 1. Elements of dynamic loads of the lifting mechanism

Таким чином, механізм або машина складається з «точкових мас» до яких можна віднести: вантаж, що транспортується, частини двигуна, що обертаються, гальмівний шків, барабан, зубчаті колеса і т. д. Такі «точкові маси» з'єднуються пружними елементами – валами, канатами та іншими елементами, що визначають, головним чином, деформацію механізму. Ці пружні елементи мають відносно малу масу, в порівнянні з «точковими масами», тому їх можна, в першому наближенні, вважати безмасовими або абсолютно пружними елементами.

Пружні елементи машини при її навантаженні відповідним чином деформуються. Величина цієї деформації елемента враховуються коефіцієнтом пружності або податливості.

Коефіцієнт пружності або податливості визначається, як відношення величини лінійної деформації або кута закручування даного елемента до величини діючого на нього зусилля або крутного моменту, тобто

$$k_{\text{л}} = \frac{y}{P}, \text{ см/Н}; k_{\text{кр}} = \frac{\varphi}{M}, \text{ рад./Нм}, \quad (1)$$

де P – сила, що викликає лінійну деформацію « y »; y – лінійна деформація; φ – кутова деформація; M – момент, що викликає кутову деформацію « φ ».

На практиці часто користуються величиною зворотного коефіцієнту пружності, яка називається – коефіцієнт жорсткості.

Лінійний коефіцієнт жорсткості або лінійна жорсткість визначається:

$$C_{\text{л}} = \frac{P}{y}, \text{ Н/см}, \quad (2)$$

кутова або крутильна жорсткість:

$$C_{\text{кр}} = \frac{M}{\varphi}, \text{ Нм/рад}. \quad (3)$$

Таким чином, розрахункова схема може бути представлена рядом «точкових мас» сполучених невагомими абсолютно пружними зв'язками. На Рис. 2 представлена ро-

зрахункова динамічна схема механізму підіймання вантажу.

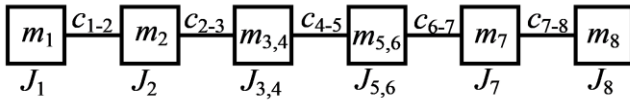


Рис. 2. Розрахункова динамічна схема механізму підіймання вантажу

Fig. 2. Estimated dynamic scheme of the lifting mechanism

З аналізу даної розрахункової схеми очевидно, що при вирахуванні всіх елементів машини, така схема буде надто складною, а визначення динамічних навантажень – нерозв’язною задачею. Для дослідження динамічних процесів в механізмі або машині доцільно застосовувати так звані приведені розрахункові схеми, які відображають дійсну роботу механізму або машини та дають можливість простим рішенням отримати і проаналізувати динамічні навантаження.

Для наочності динамічної дії окремих мас, залежно від поставленої задачі, їх приводять до однієї пружної ланки, яка розташована на одному пружному зв’язку. У зв’язку з тим, що в кожному механізмі є обертові та поступально рухомі маси, можливі дві розрахункові схеми приведення.

Якщо приведення здійснено до якогось валу механізму, тоді застосовується приведена схема обертального руху (Рис. 3).

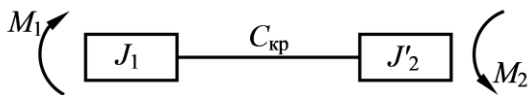


Рис. 3. Приведена схема обертального руху

Fig. 3. The scheme of rotational motion is given

Для такої схема задаються:

1. Зовнішніми навантаженнями – крутними моментами M ;
2. Інерційними властивостями – моментами інерції I , або маховими моментами mD^2 ;
3. Пружністю кінематичних елементів –

коефіцієнтом жорсткості при крученні $c_{кр}$;

4. Люфтами або зазорами - кутовим зазором φ .

Якщо приведення здійснено до поступального рушійного пружного елемента – канату, ланцюгу, штанги, то застосовується приведена схема поступальної ходи (Рис. 4).

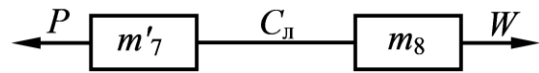


Рис. 4. Приведена схема поступального рушійного пружного елемента

Fig. 4. The scheme of the translational propulsion elastic element is given

У такій схемі задаються:

1. Зовнішніми навантаженнями – пусковою або рухомою силою двигуна P_d , гальмівною силою T , опором руху W ;
2. Інерційними властивостями – масами m ;
3. Пружністю кінематичних елементів – коефіцієнтом жорсткості $c_{л}$;
4. Люфтами - лінійними зазорами y .

Допустимо, приведення здійснюємо до маси вантажу m_7 , тоді маса m_7 і жорсткість підвіски « c_{7-8} » залишаються незмінними, маси і жорсткості всіх обертових валів і деталей матимуть приведену величину, тобто

$$m'_7 = m_7 + \sum_{i=1}^{i=7} m_{i,пр} \cdot \quad (4)$$

При приведенні до схеми обертального руху допустимо, що приведення здійснюється до валу двигуна, тоді момент інерції валу двигуна залишається незмінним, а момент інерції всіх обертових валів і деталей має приведену величину, тобто

$$I = I_1 + I'_2 = I_1 + \sum_{i=2}^{i=8} I_{i,пр} \cdot \quad (5)$$

де I – загальний момент інерції; I_1, I'_2 – моменти інерції, відповідно, валу двигуна та

приведений всіх обертових деталей і валів схеми, Н·м.

Для прикладу, розглянемо визначення моментів в приведеній схемі обертального руху:

$$\begin{aligned} M_{\text{д}} - M_{\text{с}} &= I_1 \varepsilon + I_2' \varepsilon = \varepsilon (I_1 + I_2') = \\ &= \frac{\pi n}{30 t_{\text{р}}} (I_1 + I_2') = \frac{n}{9,55 t_{\text{р}}} (I_1 + I_2'), \end{aligned} \quad (6)$$

де $M_{\text{д}}, M_{\text{с}}$ – моменти, відповідно, рушійних сил двигуна та сил статичного опору, Н·м; ε – середнє кутове прискорення, рад/с²; $t_{\text{р}}$ – час розгону двигуна, с; n – частота обертання вала двигуна, хв.⁻¹.

Звідки знайдемо тривалості розгону $t_{\text{р}}$ та гальмування двигуна $t_{\text{Г}}$, с:

$$t_{\text{р}} = \frac{n(I_1 + I_2')}{9,55(M_{\text{д}} \mp M_{\text{с}})}; \quad (7)$$

$$t_{\text{Г}} = \frac{n(I_1 + I_2')}{9,55(M_{\text{д}} \pm M_{\text{с}})}, \quad (8)$$

де знак «+» вказують при гальмуванні на підйом та розгоні на спуск, а «-» – при гальмуванні на спуск та розгоні на підйом.

Запишемо рівняння для другої схеми – приведенної до поступальної ходи (див. Рис. 4):

$$P - W = (m_{\text{г}} + m_{\text{г}}') \frac{V}{t_{\text{р}}}, \quad (9)$$

де V – швидкість підйому вантажу, м/с.

Звідки знайдемо тривалості розгону $t_{\text{р}}$ та гальмування двигуна $t_{\text{Г}}$, с:

$$t_{\text{р}} = \frac{(m_{\text{г}} + m_{\text{г}}') V}{P \mp W}; \quad t_{\text{Г}} = \frac{(m_{\text{г}} + m_{\text{г}}') V}{P \pm W}. \quad (10)$$

Таким чином, розрахункові приведені схеми обертального руху і поступальної ходи однакові як за об'ємом розрахункової роботи, так і за наслідками розрахунку, хо-

ча схема поступальної ходи більш наочна ніж обертального руху.

Параметрами, що характеризують інерційні властивості динамічних частин механізмів, є маси при поступальній ході або моменти інерції (махові моменти) при обертальному русі. Приведення рухомих зосереджених мас механізму до якогось валу здійснюється на основі постійності кінетичної енергії механізму $E_{\text{М}}$ до приведення і після нього з урахуванням втрат енергії від сил тертя $E_{\text{Тер}}$, які пропорційні інерційним зусиллям, тобто

$$E_{\text{пр}} = E_{\text{М}} + E_{\text{Тер}}. \quad (11)$$

На підставі закону збереження енергії момент інерції мас механізму приведенний до валу двигуна при пуску складається з декількох обертових мас і поступально рухомих:

$$\begin{aligned} \frac{I_{\text{пр}} \omega_1^2}{2} &= \frac{I_1 \omega_1^2}{2} + \frac{I_2 \omega_2^2}{2 \eta_1} + \frac{I_3 \omega_3^2}{2 \eta_1 \eta_2} + \\ &\dots + \frac{I_n \omega_n^2}{2 \eta_1 \eta_2 \dots \eta_n} + \frac{m V^2}{2 \eta_{\text{М}}} \end{aligned}, \quad (12)$$

де $E = I \frac{\omega^2}{2}$ – кінетична енергія обертових мас;

$E' = m \frac{V^2}{2}$ – кінетична енергія поступально рухомих мас.

Розділивши на $\frac{\omega_1^2}{2}$ і враховуючи, що

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = u_1, \text{ отримаємо:}$$

$$I_{\text{пр}} = I_1 + \frac{I_2 \omega_2^2}{\omega_1^2 \eta_1} + \frac{I_3 \omega_3^2}{\omega_1^2 \eta_1 \eta_2} + \dots + \frac{m V^2}{\omega_1^2 \eta_{\text{М}}}; \quad (13)$$

$$I_{\text{пр}} = I_1 + I_2 \frac{1}{u_1^2 \eta_1} + I_3 \frac{1}{u_1^2 u_2^2 \eta_1 \eta_2} + \dots + \frac{m}{\eta_M} \left(\frac{V}{\omega_1} \right)^2, \quad (14)$$

де I_1 – момент інерції всіх обертових мас приводу розташованих на першому валу двигуна, Н·м; I_2, I_3 і т.д. – моменти інерції обертових мас приводу розташованих на другому, і відповідно, подальших валах приводу, Н·м; u_1, u_2 і т.д. – передаточні числа першої і подальших передач; m – маса поступально рухомих елементів приводу (вантаж, візка, крана і т.д.), кг; V – швидкість руху маси m , м/с; $\omega_1 = \omega_d$ – кутова швидкість обертання ротора двигуна, рад/с.

Оскільки в цих виразах члени, що враховують моменти інерції мас на валах 2, 3, і т.д. містять квадрати передавальних чисел в знаменнику, той вплив цих членів в порівнянні з моментом інерції мас, що знаходяться на швидкохідному валу двигуна I_1 відносно невеликий. Тому, при визначенні приведених моментів інерції механізмів кранів моменти інерції мас тихохідних обертових валів враховуються шляхом множення моментів інерції мас, що знаходяться на швидкохідному валу, на коефіцієнт c , рівний:

$$c = \left(1 + I_2 \frac{1}{u_1^2 \eta_1} + I_3 \frac{1}{u_1^2 u_2^2 \eta_1 \eta_2} + \dots + I_n \frac{1}{u_1^2 u_2^2 \dots u_n^2 \eta_1 \eta_2 \dots \eta_n} \right) \square 1, 1 \div 1, 2 \quad (15)$$

Тоді рівняння (14) приймає вигляд:

$$I_{\text{пр}} = c I_1 + \frac{m}{\eta_M} \left(\frac{V}{\omega_1} \right)^2 = c \frac{(m_1 D^2)}{4} + \frac{m}{\eta_M} \left(\frac{V}{\omega_1} \right)^2, \quad (16)$$

де $(m_1 D^2)$ – маховий момент всіх обертових мас, що розташовані на валу двигуна.

Визначимо приведені моменти інерції: для періоду розгону (силовий режим)

$$I_{\text{пр}} = c \frac{(m_1 D^2)}{4} + \frac{m}{\eta_M} \left(\frac{V}{\omega_1} \right)^2; \quad (17)$$

для періоду гальмування (гальмівний режим)

$$I_{\text{пр}} = c \frac{(m_1 D^2)}{4} + m \eta_M \left(\frac{V}{\omega_1} \right)^2. \quad (18)$$

Розглянемо приведений момент інерції мас до барабана для механізму підйому

$$\text{Якщо } V_{\text{ван}} = \frac{\pi D_6 n_d}{u_{\text{п}} u_{\text{р}} 60}, \text{ а } \omega_1 = \frac{\pi n_d}{30} \text{ і}$$

$\pi n_d = 30 \omega_1$, тоді

$$V_{\text{ван}} = \frac{D_6 \omega_1 30}{u_{\text{п}} u_{\text{р}} 60} = \frac{D_6 \omega_1}{2 u_{\text{п}} u_{\text{р}} \eta_M}, \quad (19)$$

де D_6 – діаметр барабана, м; n_d – частота обертання вала двигуна, хв.⁻¹;

$u_{\text{п}}$ – кратність поліспасти;

$u_{\text{р}}$ – передаточне число редуктора;

ω_1 – кутова швидкість ротора двигуна, рад./с; η_M – ККД механізму підйому вантажу.

У цьому випадку приведений момент інерції в силовому режимі запишеться так:

$$I_{\text{пр}} = c \frac{(m_1 D^2)}{4} + \frac{Q R_6^2}{u_{\text{п}}^2 u_{\text{р}}^2 \eta_M}; \quad (20)$$

у гальмівному режимі:

$$I_{\text{пр}} = c \frac{(m_1 D^2)}{4} + \frac{Q R_6^2 \eta_M}{u_p^2 u_{\text{п}}^2}, \quad (21)$$

де Q – маса вантажу, кг.

Таким чином, приведення моменту інерції мас здійснюється через квадрати радіусу барабана, передавального числа та коефіцієнта корисної дії механізму у першому ступені. Причому передавальне число і ККД в силовому режимі стоять в одному рядку, а при гальмівному режимі – в різних рядках.

При динамічних розрахунках, зусилля в канатах механізмів підйому рухомі маси приводять до напряму поступального переміщення вантажу. Складаючи рівняння рівності енергій, отримуємо вираз приведення до цього напряму маси механізму підймання вантажу

$$m_{\text{пр}} \frac{V_{\text{ван}}^2}{2} = m_{\text{ван}} \frac{V_{\text{ван}}^2}{2} + c I_{\text{пр}} \left(\frac{\omega_1^2 \eta_M}{2} \right), \quad (22)$$

розділивши на $V_{\text{ван}}^2 / 2$, отримаємо:

$$m_{\text{пр}} = m_{\text{ван}} + c I_{\text{пр}} \left(\frac{\omega_1}{V_{\text{ван}}} \right)^2 \eta_M. \quad (23)$$

Підставляючи значення ω_1 і $V_{\text{ван}}$, отримаємо вираз:

$$\begin{aligned} m_{\text{пр}} &= m_{\text{ван}} + c I_1 \left(\frac{\pi n_d 60 u_p u_{\text{п}} \eta_M}{30 \pi D_6 n_d} \right)^2 \eta_M = \\ &= m_1 + c I_1 \frac{u_p^2 u_{\text{п}}^2 \eta_M}{R_6^2}. \end{aligned} \quad (24)$$

Цей вираз для силового режиму запишеться:

$$m_{\text{пр}} = Q + c \frac{(m_1 D^2)}{4} \cdot \frac{u_p^2 u_{\text{п}}^2 \eta_M}{R_6^2}; \quad (25)$$

для гальмівного режиму:

$$m_{\text{пр}} = Q + c \frac{(m_1 D^2)}{4} \cdot \frac{u_p^2 u_{\text{п}}^2}{R_6^2 \eta_M}. \quad (26)$$

Таким чином, приведення маси вантажу також здійснюється через квадрати радіусу барабана, передавального числа та коефіцієнта корисної дії механізму у першому ступені.

Основними пружними елементами вантажопідійомних машин є вали, канати, пружні муфти, балки, стріли і т.д. При уточнених розрахунках враховується жорсткість зубчатих передач, шліцьових з'єднань та шпонок.

Задача приведення жорсткості пружних елементів виникає звичайно у тому випадку, коли необхідно врахування пружності декількох елементів механізму.

Приведення жорсткості виконується так, щоб потенційна енергія приведення системи дорівнювала потенційній енергії реальної пружної системи з урахуванням наявних втрат на тертя.

Розглянемо систему з жорсткостями C_1 і C_2 (Рис. 5, а), яку необхідно привести до жорсткості $C_{\text{пр}}$ системи (Рис. 5, б).

Потенційна енергія пружної деформації визначається:

$$P_{\text{л}} = \frac{c_{\text{л}} y^2}{2}; \quad (27)$$

кутової

$$P_{\text{к}} = \frac{c_{\text{к}} \varphi^2}{2}, \quad (28)$$

але оскільки лінійна жорсткість дорівнює $c_{\text{л}} = \frac{G_{\text{ван}}}{y}$, а кутова $c_{\text{к}} = \frac{M}{\varphi}$, тоді остаточно потенційна енергія буде визначатися за наступною залежністю:

$$P_{\text{л}} = \frac{G_{\text{вану}} y^2}{2y} = \frac{G_{\text{вану}}}{2}; \quad (29)$$

$$P_{\text{к}} = \frac{M\varphi^2}{2\varphi} = \frac{M\varphi}{2}. \quad (30)$$

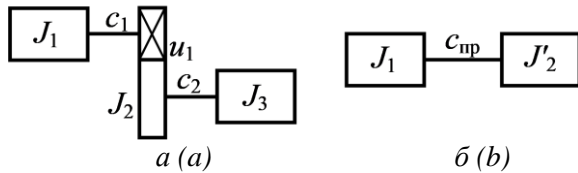


Рис. 5. Схема приведення системи з жорсткістю: *a* – вихідна схема; *б* – приведена схема

Fig. 5. The scheme of reduction of system with rigidity: *a* – the initial scheme; *b* – the given scheme

У приведеній системі приведення здійснюємо до першого валу $M_{\text{пр}} = M_1$.

Приведена потенційна енергія буде:

$$P_{\text{пр}} = P_1 + \frac{P_2}{\eta_1}, \quad (31)$$

де η_1 – ККД, що враховує роботу сил тертя інерційних мас в силовому режимі.

Підставляючи значення потенційної кутової енергії, отримаємо:

$$\begin{aligned} P_{\text{пр}} &= \frac{M_1\varphi_1}{2} + \frac{M_2\varphi_2}{2\eta_1} \\ &= \frac{M_1\varphi_1}{2} + \frac{M_1u_1\eta_1\varphi_2}{2\eta_1} = \frac{M_1(\varphi_1 + u_1\varphi_2)}{2}, \end{aligned} \quad (32)$$

де φ_1 і φ_2 – кути закручування валів під дією прикладених до них моментів;

u_1 – передаточне число зубчастої передачі (Рис. 5).

З іншої сторони потенційна енергія приведенної системи дорівнює:

$$P_{\text{пр}} = \frac{M_{\text{пр}}\varphi_{\text{пр}}}{2} = \frac{M_1\varphi_{\text{пр}}}{2}. \quad (33)$$

Прирівнюючи ці вирази, отримаємо:

$$\frac{M_1\varphi_{\text{пр}}}{2} = \frac{M_1(\varphi_1 + u_1\varphi_2)}{2}. \quad (34)$$

Знайдено приведений кут закручування $\varphi_{\text{пр}}$:

$$\varphi_{\text{пр}} = \varphi_1 + u_1\varphi_2. \quad (35)$$

Остаточно, приведена жорсткість буде:

$$c_{\text{пр}} = \frac{M_{\text{пр}}}{\varphi_{\text{пр}}} = \frac{M_1}{\varphi_1 + u_1\varphi_2}. \quad (36)$$

Жорсткість c_2 визначиться:

$$c_2 = \frac{M_2}{\varphi_2} = \frac{M_1u_1\eta_1}{\varphi_2}, \quad (37)$$

звідки

$$\varphi_2 = \frac{M_1u_1\eta_1}{c_2}. \quad (38)$$

Перетворюючи, отримаємо:

$$\begin{aligned} c_{\text{пр}} &= \frac{c_1\varphi_1}{\varphi_1} + \frac{M_1 \cdot u_1 \cdot \eta_1}{c_2} u_1 = c_1 + \frac{c_1u_1^2\eta_1}{c_2} = \\ &= \frac{c_1}{1 + \frac{c_1}{c_2}u_1^2\eta_1} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}u_1^2\eta_1} = \frac{c_1c_2}{c_2 + c_1u_1^2\eta_1}, \end{aligned} \quad (39)$$

або

$$\begin{aligned} \frac{1}{c_{\text{пр}}} &= \frac{c_2 + c_1u_1^2\eta_1}{c_1c_2} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}u_1^2\eta_1 = \\ &= k_{\text{кр}1} + k_{\text{кр}2}u_1^2\eta_1, \end{aligned} \quad (40)$$

де $k_{\text{кр}1} = 1/c_1$, $k_{\text{кр}2} = 1/c_2$ – коефіцієнти крутної жорсткості або пружності валів.

Приведена пружність або податливість елемента в силовому режимі дорівнює:

$$k_{\text{крпр}} = k_{\text{кр}1} + k_{\text{кр}2}u_1^2\eta_1; \quad (41)$$

у гальмівному режимі:

$$k_{\text{крпр}} = k_{\text{крп1}} + k_{\text{крп2}} \frac{u_1^2}{\eta_1}. \quad (42)$$

Таким чином, коефіцієнт жорсткості або пружності також, як і момент інерції приводиться за допомогою квадрата передавального числа між валами і ККД в першому ступені.

Для прикладу знайдемо жорсткість канатного поліспасти приведену до валу двигуна механізму підймання вантажу.

Потенційна енергія підвіски вантажу рівна:

$$P_{\text{п}} = \frac{G_{\text{ван}} y}{2\eta}, \quad (43)$$

де $G_{\text{ван}}$ – сила ваги вантажу, що переміщається; y – гнучке переміщення вантажу (деформація канатів поліспасти).

Визначимо жорсткість каната завдовжки l :

$$c_{\text{к}} = \frac{E_{\text{к}} F_{\text{к}}}{l}, \quad (44)$$

де $E_{\text{к}}$ – потенціальна енергія каната, Дж; $F_{\text{к}}$ – тягове зусилля каната, Н, та жорсткість підвіски вантажу: $c_{\text{п}} = G_{\text{ван}} c_{\text{к}}$.

За умови приведення до валу двигуна жорсткості канатної підвіски вантажу при рівності потенційної енергії підвіски вантажу і приведенної системи, знайдено

$$\frac{G_{\text{ван}} y}{2\eta} = \frac{M_1 \varphi_{\text{пр}}}{2}, \quad (45)$$

звідки

$$\varphi_{\text{пр}} = \frac{G_{\text{ван}} y}{M_1 \eta}, \quad (46)$$

тоді, приведена до валу двигуна жорсткість підвіски вантажу визначиться:

$$\begin{aligned} c_{\text{пр}} &= \frac{M_1}{\varphi_{\text{пр}}} = \frac{M_1^2 \eta}{G_{\text{ван}} y} = \frac{G_{\text{ван}}^2 R_{\text{б}}^2 \eta}{G_{\text{ван}} y u_{\text{п}}^2 \eta^2} = \\ &= \frac{G_{\text{ван}} R_{\text{б}}^2}{y u_{\text{п}}^2 \eta} = c_{\text{п}} \left(\frac{R_{\text{б}}}{u_{\text{п}}} \right)^2 \frac{1}{\eta} = \\ &= c_{\text{к}} G_{\text{ван}} \left(\frac{R_{\text{б}}}{u_{\text{п}}} \right)^2 \frac{1}{\eta}. \end{aligned} \quad (47)$$

Таким чином, перетворення коефіцієнта жорсткості при розтягуванні в коефіцієнт жорсткості при крученні здійснюється за допомогою квадратів радіуса барабана та кратності поліспасти і коефіцієнта корисної дії підвіски в першому ступені.

ВИСНОВКИ

Застосування наведеної методики з використанням приведених схем дозволяє визначати показники динамічного навантаження механізму підймання вантажу кранів з меншою складністю розв'язання рівнянь та достатньою для практики точністю. Це спрощує розрахунки та зменшує їх тривалість.

В перспективі необхідна розробка програм для виконання цих розрахунків з використанням обчислювальних машин.

ЛІТЕРАТУРА

1. **Піскунов В. Г.** Будівельна механіка металевих конструкцій дорожньо-будівельних і транспортних машин / В. Г. Піскунов, В. Д. Шевченко, Ю. М. Федоренко – К.: Вища школа, 2004. – 438 с.
2. **Бондарев В. С.** Підйомно-транспортні машини: розрахунки підйомально-транспортних машин / В. С. Бондарев, О. І. Дубинець, М. П. Колісник – К.: Вища школа, 2009. – 734 с.
3. **Ловейкін В. С.** Моделювання динаміки механізмів вантажопідйомних машин / В. С. Ловейкін, Ю. В. Човнюк, М. Г. Діктерук, С. І. Пастушенко – К.- Миколаїв: РВВ МДАУ, 2004. – 176 с.

REFERENCES

4. **Павловський М. А.** Теоретична механіка / М. А. Павловський. – К.: Техніка, – 2004. – 512 с.
5. **Гайдамака В. Ф.** Грузоподъемные машины / В. Ф. Гайдамака. – К.: Выща школа, – 1989. – 328 с.
6. **Ловейкін В. С.** Динамічні навантаження у нелінійно-пружних елементах механізму підйому вантажу мостових кранів на стадії їх пуску / В. С. Ловейкін, Ю. В. Човнюк, М. Г. Діктерук – К.: Техніка будівництва, – 2002, – №12, – С. 8-15.
7. **Воляннюк В.** Визначення інерційних навантажень поворотної стріли самохідного крана / В. Воляннюк, Д. Міщук, Є. Горбатюк // Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини, – 2020, – №96, – С. 13-21. <https://doi.org/10.3247/gbdmm2020.96.05.25>.
8. **Volianiuk V.** The inertial loads of a telescopic boom of a truck crane / V. Volianiuk, D. Mischuk, E. Gorbatiyk // Automobile transport, – 2020, – No49, – PP. 54-62. <https://doi.org/10.30977/AT.2019-8342.2021.0.49.01>.
9. **F. Ju** Dynamic response of tower crane induced by the pendulum motion of the payload / F. Ju, Y. S. Choo, F. S. Cui // International Journal of Solids and Structures. – 2006, – 43 (2), 376-389. DOI:10.1016/j.ijsolstr.2005.03.078.
10. **В. Jerman, P. Podrżaj, J. Kramar.** (2004). An investigation of slewing-crane dynamics during slewing motion—development and verification of a mathematical model. International Journal of Mechanical Sciences. 46 (5), 729-750. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2004.05.006>.
11. **Е.М. Abdel-Rahman, А.Н. Naufen, Z.N. Masoud.** (2003). Dynamics and Control of Cranes: A Review. Journal of Vibration and Control, 9(7), 863-908. DOI: 10.1177/1077546303009007007.
12. **D. Oguamanam, J. S. Hansen, G. R. Hepler.** (2001). Dynamics of a three-dimensional overhead crane system. Journal of Sound and Vibration 242(3), 411-426. DOI:10.1006/jsvi.2000.3375.
13. **P. Hanguan, X. Xiaopeng, L. Guangchi, Y. Xiangyong, P. Haining.** (2011). Analysis for Dynamic Characteristics in Load-lifting system of the Crane. Procedia Engineering, 16, 586-593. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2011.08.1128>
1. **Piskunov V. G., Shevchenko V. D., Fedorenko Yu. M.** (2004). Construction mechanics of metal structures of road construction and transport machines, Kyiv, Vyshcha Shkola publ., 438. (in Ukrainian).
2. **Bondarev V. S., Dubynets O. I., Kolisnyk M. P.** (2009). Lifting and transporting machines: calculations of lifting and transporting machines, Kyiv Vyshcha Shkola publ., 734. – (in Ukrainian).
3. **Loveykin V. S., Chovnuik Yu. V., Dikteruk M. G. Pastushenko S. I.** (2004). Modeling of dynamics of mechanisms of hoisting machines. Kyiv-Mykolaiv, RVV MSAU, 176. – (in Ukrainian).
4. **Pavlovsky M. A.** (2004). Theoretical mechanics, Kyiv, Technika Publ., 512. – (in Ukrainian).
5. **Gaidamaka V. F.** (1989). Lifting machines. Kyiv, High school, 328. – (in Russian).
6. **Loveykin V. S., Chovnuik Yu. V., Dikteruk M. G.** (2002). Dynamic loads in nonlinear-elastic elements of the load-lifting mechanism of bridge cranes at the stage of their start-up. Construction Engineering, No12, 8-15.
7. **Volyanyuk V., Mishchuk D., Gorbatiyk E.** (2020). Determination of inertial loads of the rotary boom of a self-propelled crane. Mining, construction, road and melioration machines, No96, 13-21. <https://doi.org/10.3247/gbdmm2020.96.05.25>.
8. **Volianiuk V., Mishchuk D., Gorbatiyk E.** (2021). The inertial loads of a telescopic boom of a crane truck. Road Transport, Vol.49, 54-62. <https://doi.org/10.30977/AT.2019-8342.2021.0.49.01>.
9. **F. Ju, Y. S. Choo, F. S. Cui.** (2006). Dynamic response of tower crane induced by the pendulum motion of the payload. International Journal of Solids and Structures, 43 (2), 376-389. DOI:10.1016/j.ijsolstr.2005.03.078.
10. **В. Jerman, P. Podrżaj, J. Kramar.** (2004). An investigation of slewing-crane dynamics during slewing motion—development and verification of a mathematical model. International Journal of Mechanical Sciences. 46 (5), 729-750. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2004.05.006>.
11. **E. M. Abdel-Rahman, A. H. Naufen, Z. N. Masoud.** (2003). Dynamics and Control of Cranes: A Review. Journal of Vibration and Control, 9(7), 863-908. DOI: 10.1177/1077546303009007007.

12. **D. Oguamanam, J.S. Hansen, G.R. Heppler.** (2001). Dynamics of a three-dimensional overhead crane system. *Journal of Sound and Vibration* 242(3), 411-426. DOI:10.1006/jsvi.2000.3375.
13. **P. Hangun, X. Xiaopeng, L. Guangchi, Y. Xiangyong, P. Haining.** (2011). Analysis for Dynamic Characteristics in Load-lifting system of the Crane. *Procedia Engineering*, 16, 586-593. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2011.08.1128>

Determination of dynamic loads in the crane lifting mechanism

*Vladimir Volianiuk¹, Eugene Gorbatyuk²,
Dmitry Mishchuk³*

*^{1,2,3}Kyiv National University of
Construction and Architecture*

Abstract. Loading and unloading is an integral part of the technological process of construction. To perform these works mostly use cranes of different types.

To ensure trouble-free operation and increase the reliability of cranes in the calculation of structures and components of their work equipment, it is important to take into account dynamic loads, which are several times higher than static loads.

Elements of dynamic loads of the crane lifting mechanism are its elastic components - ropes and shafts, which are deformed under the action of loads. The magnitude of this deformation of the elements are taken into account by the coefficients of elasticity or flexibility of linear and torsional or their inverse value - the coefficients of rigidity. These coefficients depend on the linear or angular deformations, respectively.

Due to the fact that the mechanism of lifting a load consists of a large number of elastic elements, the addition and solution of equations to determine these coefficients becomes a difficult task. In order to simplify the equations and these calculations, the paper recommends the above scheme of calculations according to which the rest of all elements of the mechanism are reduced to its first element (engine). This greatly simplifies the equations to be solved and determines the values of the coefficients of elasticity or stiffness of the elements of the dynamic loads of the mechanism of lifting the load of cranes.

According to a similar scheme is also determined by the moments of inertia of the mechanism of lifting the load during periods of acceleration and deceleration, the components of the values that affect them. The equations for determining the terms of transients of the lifting mechanism (duration of acceleration and braking) are derived.

The method of determining the coefficients of elasticity and stiffness of the elements of dynamic loads, moments of inertia, duration of acceleration and deceleration of the lifting mechanism can greatly simplify the solution of complex equations and determine their values with sufficient accuracy.

Keywords: crane, mechanism, indicator, element, load, moment